

• *Kiss Ferenc László* •

---

## BELSŐ GAZDASÁGOSSÁG A TERMELÉSI FOLYAMATBAN

A szerzőnek a Verseny és szabályozás első kötetében 2007-ben megjelent sorozatindító cikke a szabályozás gazdaságtana történelmének és főbb témáinak rövid összefoglalását nyújtotta. Egyben kifejezte a tervezett sorozatnak azt a szándékát, hogy „a szabályozás legfontosabb közgazdasági problémáit nagy részletességgel és mélységben fogja taglalni, segítve ezáltal a magyarországi szabályozási gyakorlat további fejlődését.” Terveink szerint részben a verseny és a szabályozás elméletével kapcsolatos újabb eredményeket és a manapság sokat vitatott, „divatos” témaköröket, részben pedig olyan, a közgazdaságtanban hosszú ideje létező fogalmakat és összefüggéseket tárunk majd az olvasó elé, amelyek beható ismerete szükséges az első csoportban említettek megértéséhez is. A Verseny és szabályozás második kötetében most útjára indul a cikksorozat. Azok közül a közgazdasági témakörök közül, amelyek elengedhetetlenül szükségesek a piaci verseny és a szabályozás jelenségeinek megértéséhez, elsőként az úgynevezett belső és külső gazdaságosság jelenségeivel célszerű foglalkoznunk. A jelen cikk a termelési folyamatokban található belső gazdaságosságot taglalja: a méret- és választékgazdaságossággal behatóan, monográfiaszerűen foglalkozik. Ezt követi majd az úgynevezett külső gazdaságosság vizsgálata, a továbbiakban pedig egyrészt számba vesszük a belső és külső gazdaságosságra épülő különféle piaci – különösen a szabályozással valamilyen módon kapcsolatba hozható – jelenségeket, másrészt pedig témáink körét fokozatosan bővítve kiterünk a verseny és a szabályozás gazdaságtanának valamennyi alapvető fontosságú témájára.

Sorozatunk többféle módon is hasznos lehet az olvasó számára. A gazdasági jelenségekkel foglalkozó jogászoknak és a rendszerváltás előtt végzett közgazdászoknak hézagpótló közgazdasági ismereteket nyújt, a modern makro- és mikroökonómiával felvértezett – közöttük a versenyszabályozásra szakosodott – olvasók számára pedig egy-egy témakör széles körű, alapos, egzakt és szigorúan rendszerezett ismertetése lehetővé teszi a cikkek referenciaként és kézikönyvként való használatát is. A sorozatot egyetemi oktatási célokra is alkalmassá kívánjuk tenni.

Egyszerű, közgazdasági előképzettséget nem igénylő, bevezető jellegű ismertetéssel indítunk, majd fokról fokra tesszük komplexsége a tárgyalást. Igyekszünk az elemzések technikai részletei iránt érdeklődő olvasók igényeit is kielégíteni, ezért

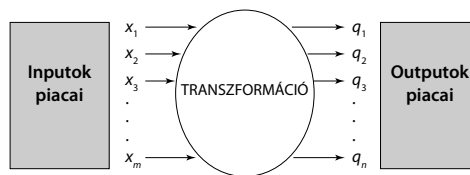
egy-egy témakör matematikai hátterét is közöljük, tartalmuk verbális megfogalmazásával együtt. Így a matematika iránt kevésbé érdeklődő olvasó általában tartalmi veszteség nélkül ugorhatja át a matematikai részeket. A lábjegyzetek mindenkéhez szólnak. Egyesek kiegészítő magyarázatokat fűznek a szöveghez annak érdekében, hogy mondanivalónkat a témában járatlan olvasó is biztosan megértse. Mások a főszövegnél mélyebben bonyolódnak olyan technikai részletekbe, amelyek csak a témákat kutató szakember számára hasznosak. Ismét mások irodalmi és egyéb háttérinformációt és útmutatásokat tartalmaznak.

### A TERMELÉSI FOLYAMAT KÖZGAZDASÁGI TULAJDONSÁGAI

A belső gazdaságosság a termelési folyamatok közgazdasági sajátosságainak a körébe tartozik, ezért vizsgálatát célszerű magának a termelési folyamatnak a bemutatásával kezdeni. Abból indulunk ki, hogy közgazdasági szempontból a termelési folyamat nem más, mint bizonyos inputoknak bizonyos outputokká történő transzformálása, vagyis három eleme van:

1. *inputok* (például munka, tőke, anyag, energia stb.), amelyeket a termelő az inputpiacokon szerez be, és amelyeknek a termelésben felhasznált mennyiségeit (volumeneit) a továbbiakban  $x_1, x_2, \dots, x_m$ -mel, áraikat pedig  $w_1, w_2, \dots, w_m$ -mel jelöljük;
2. *transzformáció*, amelynek során  $m$  input  $n$  outputot állít elő;
3. *outputok* (termékek és/vagy szolgáltatások), amelyeket a termelő az outputpiacokon értékesít, és amelyeknek a termelési folyamat eredményeként előállított mennyiségeit (volumeneit) a továbbiakban  $q_1, q_2, \dots, q_n$ -nel, árait pedig  $p_1, p_2, \dots, p_n$ -nel jelöljük.

#### Technológia – gazdasági értelemben



A termelési folyamat közgazdasági tulajdonságait is célszerű e három elem szerint csoportosítani. E szerint vannak 1. inputoldali, 2. transzformációs, és 3. outputoldali tulajdonságok. A belső gazdaságosság a transzformáció tulajdonsága, ezért a továbbiakban csak a transzformációval foglalkozunk.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Csak futólag említjük, hogy az inputoldalán a közgazdasági vizsgálódás kiterjed egyrészt az inputok iránt az inputpiacokon megnyilvánuló termelői kereslet nagyságának, másrészt pedig az inputok között a termelési folyamatban kialakuló kapcsolatnak (ami lehet helyettesítés vagy kiegészítés)

A transzformáció maga a termelés, vagyis az a folyamat, amelyben az inputokból outputok lesznek. A transzformáció valamely adott esetét a közgazdaságtanban *technológiának* is nevezzük. Közgazdasági értelemben a technológia nem más, mint annak valamely adott módja, ahogyan az inputok outputokat hoznak létre. A közgazdasági vizsgálódás természetesen nem a termelési folyamat műszaki vagy menedzseri vonatkozásait, hanem a folyamatba belépő inputok és az abból kilépő outputok közötti mennyiségi viszonyokat célozza meg: Milyen és mennyi inputból milyen és mennyi output lesz? Milyen összefüggés létezik az inputok mennyiségeinek változásai és az általuk megtermelt – velük oksági kapcsolatban lévő – outputok mennyiségeinek a változásai között? Vizsgálódásaink tehát mennyiségi természetűek.<sup>2</sup> Az inputok és az outputok közötti mennyiségi kapcsolatokat a közgazdaságtan az úgynevezett *transzformációs függvény* segítségével reprezentálja. Ennek a belső gazdaságosság vizsgálatához való bevezetésére nincsen szükség, hanem elégséges arra hivatkozni, hogy bizonyos – nem különösebben szigorú – feltételek megléte esetén a transzformációs függvényből *termelési függvény* és *költségfüggvény* vezethető le.<sup>3</sup> A továbbiakban mindkét függvényt használni fogjuk a belső gazdaságosság mérésére és jellemzésére, ezért szükség van arra, hogy most megismerkedjünk velük. Mint ezt már az előzőekben is tettük, tételezzük fel, hogy valamely termelő  $m$  input segítségével  $n$  outputot állít elő! Jelöljük ismét az inputok árait és volumeneit sorrendben  $w$ -vel és  $x$ -szel, az outputok árait és volumeneit pedig sorrendben  $p$ -vel és  $q$ -val! A termelési függvény ekkor

$$Q = f(x_1, x_2, \dots, x_m; T) \quad (1)$$

a költségfüggvény, pontosabban a teljes költség-függvény<sup>4</sup> pedig

$$C = g(q_1, q_2, \dots, q_n; w_1, w_2, \dots, w_m; T) \quad (2)$$

a becslésre és elemzésére. A termelés szükségletei határozzák meg azt, hogy a termelő az inputokból mennyit és milyen összetételben keres, ezért az inputkeresletet termelési tulajdonságnak tekintjük. Az outputoldalán a közgazdász ugyancsak a kereslet nagysága és a kapcsolatok iránt érdeklődik, ezek vizsgálata azonban már a piacelemzés körébe tartozik, hiszen az output elhagyja a termelési folyamatot, kikerül a piacra és releváns közgazdasági tulajdonságait a piac alakítja ki.

<sup>2</sup> Meg kell jegyeznünk, hogy az inputok mennyiségeit – mint ezt rövidesen látni fogjuk – gyakran aggregált értékük, vagyis a termelési költségek segítségével fejezzük ki.

<sup>3</sup> A transzformációs függvény általános formája  $H(q_1, q_2, \dots, q_n; x_1, x_2, \dots, x_m; t) = 0$ . Ha a függvény homotetikus, gyengén szeparálható és additív, akkor termelési függvénné egyszerűsödik, vagyis  $H[G(q_1, \dots, q_n), F(x_1, \dots, x_m), t] = H^*[G^*(q), F^*(x, t)] = G(q) - F(x, t) = 0$ . A transzformációs függvény felírható a maximális nettó outputok vektoraként is, ahol az egyes erőforrások nettó outputja ( $y$ ) azok bruttó kibocsátásának és inputként való önfelhasználásának a különbsége ( $y_i = q_i - x_i$ ).

<sup>4</sup> Többféle költségfogalom létezik, ezért a költségfüggvénynek is több formája használatos. Például ismerünk és használunk átlagköltségfüggvényt, határköltségfüggvényt, változó költség-függvényt. Ezeket a továbbiakban esetenként említeni is fogjuk, a belső gazdaságosság általános jellemzésére azonban elegendő a teljes költség-függvény használata.

ahol  $f$  és  $g$  a függvény matematikai formájára utal,  $T$  a technológiai változásokat megtestesítő változó, a függő változó  $Q$  és  $C$  pedig a termelés mennyisége, illetve annak teljes költsége, vagyis

$$C = \sum_{j=1}^m w_j x_j. \quad (3)$$

A termelési függvény azt mondja ki, hogy az előállított output mennyisége valamilyen matematikai formájú összefüggés szerint függ a termelési folyamatban alkalmazott inputok mennyiségeitől. A termelési függvény tehát volumenekkel dolgozik, volumen–volumen kapcsolatokat számszerűsít. A költségfüggvény azt jelzi, hogy a termelés összes költsége – ugyancsak valamilyen matematikai formula szerint – függ attól, hogy melyik outputból mennyit termelnek (vagyis hogy mekkorák a termelésükhöz a termelési függvény szerint szükséges  $x_j$ -k), továbbá attól is, hogy melyik inputnak mi az ára (vagyis hogy mekkorák a  $w_j$ -k). A költségfüggvényben az outputok mennyiségein kívül változóként megjelennek az inputárak és az inputértékek (költségek) is.<sup>5</sup> A  $T$  technológiai változó mindkét függvényben azt fejezi ki, hogy az  $f$  és  $g$  matematikai függvényformák valamely adott technológia jellemzői, és ha megváltozik a technológia, akkor a változás hatását is figyelembe kell venni.

A közgazdasági értelemben vett technológia elemzése során az input-output kapcsolatot háromféle módon tudjuk megjeleníteni, mégpedig a volumen, a költség és a profit fogalmának segítségével. A harmadik – a profit alapú – megjelenítést azonban az elemzési gyakorlatban annak bonyodalmai miatt ritkán használjuk, hanem helyette az első két megközelítés valamelyikének a segítségével feltárt input-output viszonyoknak a vállalati profitabilitásra gyakorolt hatásait határozzuk meg, majd elemezzük. Ennek bemutatása azonban túllépne a jelen írás keretein. Az input-output viszonyt tehát végül is kétféle megközelítésben mérjük, becsljük, jellemezzük.

#### A termelés közgazdasági jellemzői

Transzformáció mérhető mint	input ↔ output viszony
1. Termelékenység	volumen ↔ volumen
2. Költség	ár × volumen (érték) ↔ volumen
3. Profit	ár × volumen (érték = költség) ↔ ár × volumen (érték = árbevétel)

Először használhatjuk a *termelékenységelemzés* fogalomrendszerét és terminológiáját minden olyan esetben, amikor kizárólag a mennyiségi viszonyok iránt érdeklődünk.

<sup>5</sup> Az outputok árai sem a termelési függvényben, sem a költségfüggvényben nem jelennek meg. A termelés elemzése során ugyanis elégséges az outputok volumeneinek az ismerete. Nem a termelés-elemzés, hanem a piacelemzés feladata annak megállapítása, hogy az outputok árai és mennyiségei között milyen összefüggések léteznek. Az inputok volumenei a költségfüggvényben aggregált értékűen jelennek meg. A költség az inputok aggregátuma és a költségfüggvény az aggregátorfüggvény.

A termelékenység olyan hányados, amely az output volumene és az őt létrehozó inputok volumene közötti viszonyt fejezi ki, vagyis volumen–volumen viszony. A termelékenységi tanulmányok a termelési folyamat elemzésének a legalapvetőbb részei, jelenlegi terjedelmi korlátaink miatt azonban le kell mondanunk tárgyalásukról.

Másodsor használhatjuk – és a továbbiakban használni is fogjuk – a *költség-elemzés* fogalomrendszerét és terminológiáját. A költségelemzés célja annak megismerése, hogy miként változnak a költségek akkor, amikor az output(ok) volumene változik. A költségelemzés tehát hibrid módszer: az output oldalán a volument, az inputok oldalán pedig az *értéket* (a költséget) vizsgálja. Az összefüggések vizsgálata során a költségváltozót teljes költségként ( $C$ ) határozzuk meg és mérjük, hiszen ahogyan ezt a (3) egyenletben jeleztük, a teljes termelési költség szorzatösszeg: az inputok árai és volumenei szorzatainak az összege. A teljes költségen belül gyakran elkülönítjük a változó költségeket. Ugyancsak támaszkodunk az *egységköltség* (az output egységére – volumenének egy fizikai mértékegységére – jutó költség) fogalmára. Többnyire kétféle egységköltséggel foglalkozunk, nevezetesen az *átlagköltséggel* ( $AC$ ) és a *határköltséggel* vagy marginális költséggel ( $MC$ ).<sup>6</sup> Az átlagköltség a teljes termelési költségnek az output egységére jutó nagysága. Ha elkülönítjük a változó költségeket, akkor kiszámíthatóvá válnak a harmadik egységköltség kategóriát képviselő átlagos változó költségek, amelyek az összes változó költségnek az összes output egységére jutó nagyságát mutatják. A határköltség a teljes költségfüggvény parciális deriváltja. Azt mutatja, hogy mennyivel változik a teljes költség akkor, amikor valamely  $i$ -edik output nagysága egy végtelenül kicsi (a gyakorlatban egy fizikai mértékegységnyi) változáson megy keresztül, vagyis

$$MC_i = \frac{\partial C}{\partial q_i} \quad (i = 1, \dots, n). \quad (4)$$

A kétféle megközelítés *duális terminológia* használatát teszi lehetővé. Ugyanazt a gazdaságosságot mérhetjük, becsülhetjük és elemezhetjük mindkét megközelítés segítségével. Hogy mikor melyiket használjuk, az jórészt olyan körülményektől függ, mint az adatok elérhetősége vagy a tárgyalás szemléletessége.

<sup>6</sup> A szokásosan kétszer differenciálhatónak feltételezett folyamatos költségfüggvényből származtatott határköltség folyamatos változó. A gyakorlatban azonban az output és/vagy az inputár nem végtelenül kis változásokon, hanem megfigyeléstől megfigyelésig különféle nagyságú diszkrét változásokon megy keresztül. A folyamatos és a diszkrét változások megkülönböztetése céljából gyakran használjuk a diszkrét esetben a „különbözeti költség” megjelölést. Sajnos a szakirodalom korántsem következetes ebben a tekintetben, és a diszkrét költségváltozót is gyakran határköltségnek nevezi, ezért célszerű külön figyelmet szentelni annak, hogy egy-egy adott esetben a költségfüggvény folyamatos-e vagy diszkrét.

## A BELSŐ GAZDASÁGOSSÁG FOGALMA

A most tárgyalandó gazdaságosság azért „belső”, mert a termelési folyamatban létezik. A terminológia ugyanis alapvetően termelési orientációjú; a termelésen belülről nézi a világot. Előrebocsátjuk, hogy ugyanilyen ok miatt nevezzük majd a fogyasztási folyamatban megvalósuló gazdaságosságot külsőnek. Valóban, a termelési folyamatból nézve a fogyasztás „külső” folyamat. Érthető és elfogadható tehát – noha nem teljesen helyeselhető – a belső-külső megkülönböztetés, de miért „gazdaságosság”? Mit nevezünk gazdaságosságnak?

A gazdaságosság fogalmát az egyszerűség és a jó szemlélhetőség kedvéért először az úgynevezett *méretgazdaságosság* kapcsán tárgyaljuk. A kérdés megválaszolásához vissza kell mennünk a közgazdaságtan történetének korai szakaszaihoz. Az elméletet először a manapság tökéletesnek nevezett versenypiacokra vonatkoztatva dolgozták ki. A tökéletes piacokon sok és egymástól független eladni szándékozó és ugyancsak sok és egymástól független vásárolni szándékozó szereplő létezik. A piaci csere folyamatában a termékeknek olyan uniformizált árai alakulnak ki, amelyek az eladni szándékozók számára megváltoztathatatlan adottságként jelentkeznek, és amelyek egyenlők a termékek határkölségeivel. A határkölségek pedig egyenlők a termékek átlagkölségeivel, aminek következtében sem a határkölség, sem az átlagkölség nem érzékeny az output volumenének változásaira, hanem mindkettő konstans marad, amikor az output növekszik vagy csökken. Az egymással egyenlő egységkölségek ( $AC = MC$ ) output-érzékenység akkor és csak akkor fordulhat elő, amikor a termelés növekedése során a termelési folyamatban egyre újabb és újabb inputokat alkalmazva nem változik ezeknek a többletinputoknak a „hozadéka”, vagyis az output mindig ugyanolyan mértékben változik, mint maguk az inputok. Ezért nevezték ezt az esetet állandó hozadéknak. Ugyancsak állandó a meghiúsult hozadék, vagyis az az output, amely nem keletkezik, amikor a termelés csökkentése során újabb és újabb inputokat vonnak ki a termelésből. Állandó hozadék tehát akkor létezik, ha *ugyanannyiszor* többet vagy kevesebbet vesznek ki outputként a termelési folyamatból, *amennyiszor* többet vagy kevesebbet inputként tettek bele. Például ha mondjuk egy százalékkal több, illetve kevesebb input mindig pontosan egy százalékkal több, illetve kevesebb outputot hoz létre, függetlenül attól, hogy mekkora az az input, amely egy százalékkal növekszik, illetve csökken.

Ha a hozadék állandó, akkor azt mondjuk, hogy sem gazdaságosság, sem gazdaságtalanság nem létezik. Ez a „sem-sem” eset. Ha a hozadék növekvő, akkor gazdaságosságról, ha pedig a hozadék csökkenő, akkor gazdaságtalanságról beszélünk. A „hozadék” az input-output kapcsolat termelékenységi (volumen alapú) terminológiájával, a „gazdaságosság” pedig a kölség terminológiájával kapcsolatos elnevezés.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> Nem említjük a növekvő hozadéknak a csökkenő rövid távú átlagkölséggörbével és a méretgazdaságosságnak a csökkenő hosszú távú átlagkölséggörbével kapcsolatos definícióját, amely a méret-

**„Duális” terminológia**

Termelékenység	Költség
Növekvő hozadék	Gazdaságosság
Állandó hozadék	„Sem-sem”
Csökkenő hozadék	Gazdaságtalanság

Nézzük most a növekvő, az állandó, és a csökkenő hozadék eseteit!

*Növekvő hozadék*, vagyis gazdaságosság létezik, ha a termelési folyamatból outputként többet vesznek ki, mint amennyit inputként beletettek, azaz ha az output gyorsabban növekszik, mint az input. Gazdaságosság jelenlétében valamennyiszer több input több mint ugyanannyiszor több outputot termel, tehát ha – mondjuk – egy százalékkal nő az input, akkor az output növekedése több mint egyszázalékos lesz. Ekkor az output átlagköltsége a termelés méretének növekedése következtében csökken, illetve a termelés méretének csökkenése következtében növekszik.

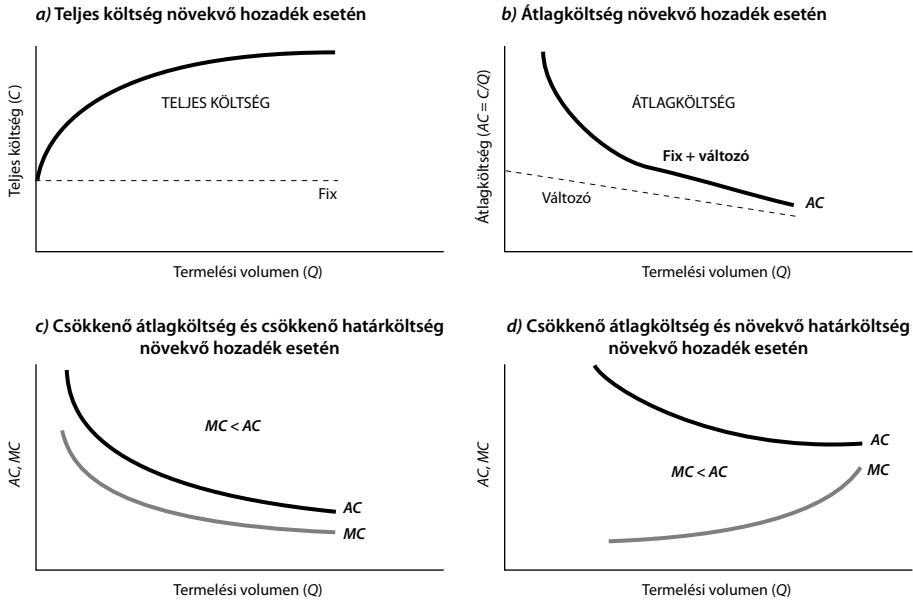
*Állandó hozadék* létezik – vagyis nincsen sem gazdaságosság, sem pedig gazdaságtalanság –, ha a termelési folyamatból outputként pontosan annyit vesznek ki, mint amennyit inputként beletettek, azaz ha az output ugyanolyan ütemben növekszik, mint az input. Állandó hozadék mellett valamennyiszer több input pontosan ugyanannyiszor több outputot termel, tehát ha mondjuk egy százalékkal nő az input, akkor az output növekedése pontosan egyszázalékos lesz. Ekkor az output átlagköltsége a termelés méretének növekedése vagy csökkenése következtében nem változik, hanem konstans marad.

*Csökkenő hozadék*, vagyis gazdaságtalanság létezik, ha a termelési folyamatból outputként kevesebbet vesznek ki, mint amennyit inputként beletettek, azaz ha az output lassabban növekszik, mint az input. Gazdaságtalanság jelenlétében valamennyiszer több input kevesebb mint ugyanannyiszor több outputot termel, tehát ha mondjuk egy százalékkal nő az input, akkor az output növekedése kevesebb mint egyszázalékos lesz. Ekkor az output átlagköltsége a termelés méretének növekedése következtében növekszik, illetve a termelés méretének csökkenése következtében csökken.<sup>8</sup>

Az *1. ábra* négy része bemutatja a termelés teljes költségének, az átlagköltségnek és a határköltségnek az alakulását gazdaságosság, vagyis növekvő hozadék esetén. Az *a)* ábrán, amely a teljes költséget mutatja, output-érzetlenül fix költségeket és degresszív változó költségeket találunk. Ilyen esetben, amint azt a *b)* ábra jelzi, az

.....  
gazdaságosságot a rövid távú átlagköltséggörbének a hosszú távú átlagköltség burkológörbéjén délkeleti irányba (azaz lefelé) történő eltolódásával azonosítja.

<sup>8</sup> Zavart okozhat, hogy növekvő hozadék esetén csökkenő átlagköltséggörbéről, csökkenő hozadék esetén pedig növekvő átlagköltséggörbéről beszélünk. Tehát a görbe akkor csökken/nő, amikor a hozadék nő/csökken. Csak állandó hozadék esetén tűnik el a terminológiai zavar, hiszen ekkor az átlagköltség is konstans.



1. ÁBRA • A teljes költség és a határköltség alakulása növekvő hozadék esetén

átlagköltséggörbe csökkenő, mégpedig két ok miatt. Először az output növekedésével csökken a fix költségnek az output egységére jutó hányada; másodsor a depresszív változó költségeknek ugyancsak egyre kisebb lesz az output egységére jutó értéke. A c) és a d) ábrán a csökkenő átlagköltség mellett két olyan határköltséget mutatunk, amely kisebb az átlagköltségnél. Az egyik átlagköltséggörbe csökkenő, a másik pedig növekvő. Az ábrák azt illusztrálják, hogy az átlagköltséggörbe növekvő határköltség mellett is csökken mindaddig, amíg a határköltség kisebb az átlagköltségnél.<sup>9</sup>

Amikor egy-egy vállalat termelési technológiáját közgazdasági szempontból vetjük elemzés alá, akkor nemcsak állandó, hanem növekvő vagy csökkenő hozadékkal is találkozhatunk. Sőt, valamely vállalat növekedésének egymást követő szakaszai-

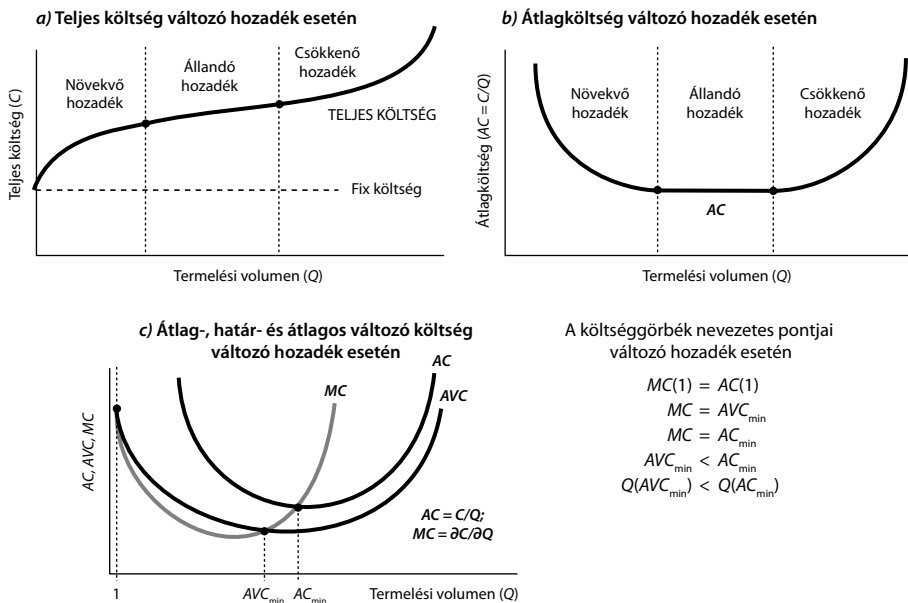
<sup>9</sup> Azt, hogy az átlagköltséggörbe csökkenő, állandó vagy növekvő-e, a határköltség és az átlagköltség viszonya határozza meg. Képzeljük el, hogy valamilyen kiinduló állapotban létezik a teljes költségnek és az output volumenének is valamilyen értéke. Ezek hányadosa az átlagköltség. Ha most a termelés volumenét, mondjuk, egy egységgel növeljük, akkor a határköltség a teljes költségnek az emiatt bekövetkező növekménye lesz. Ha ez kisebb, mint az átlagköltség, akkor a megnövelt volumenhez tartozó új átlagköltség alacsonyabb lesz a korábinál, hiszen az új átlag úgy jön létre, hogy a régi átlaghoz egy annál kisebb elemet adunk hozzá. Az átlagköltségnél kisebb határköltség tehát mintegy lefelé húzza, a nála magasabb viszont felfelé tolja az átlagköltséget. Ha pedig a határköltség ugyanakkora, mint az átlagköltség, akkor az újabb egységnyi output költségének a teljes költséghez való hozzáadása nem változtatja meg az átlagköltséget.



ban megvalósulhat először növekvő, majd állandó, majd pedig csökkenő hozadék is. Ilyen esetre nézve mutatja a teljes költség hullámvonalú és az átlagköltség  $U$  alakú görbéjét a következő 2. ábra a) és b) része, a c) részén pedig az  $U$  alakú átlagköltség mellett a szintén  $U$  alakú határköltséget és átlagos változó költséget is bemutatjuk. Ez utóbbi ábrához csatlakozik a görbék nevezetes pontjainak a felsorolása.

A gazdaságosságát úgy definiáltuk, mint az output *átlagköltségének* ( $AC$ ) a csökkenését, amelyet az eddigiekben csak az output *volumenében* beállott változásokkal hoztunk kapcsolatba. A gazdaságosság fogalma azonban ennél általánosabb, azaz nemcsak a méretgazdaságosságra, hanem más esetekre nézve is értelmezhető. Általános értelemben a gazdaságosság az átlagköltség bármiféle olyan csökkenését jelentheti, amelyet az output termelésében beállott változás okoz. Az output pedig többféleképpen változhat, például azért is, hogy megváltozik a termelési folyamat outputjainak a száma. A több output közös termelése következtében megvalósuló olyan költségmegtakarítást, amely az átlagköltséget csökkenti, a továbbiakban *választékgazdaságosságnak* fogjuk nevezni.

Az output minőségének változásai is kiválthatnak átlagköltséget csökkentő költségmegtakarításokat. A közgazdasági elemzés során a minőség változását gyakran úgy kezeljük, hogy a magasabb minőséget nagyobb volumenként fejezzük ki, ami



2. ÁBRA • A teljes, átlag-, átlagos változó költség és a határköltség alakulása változó hozadék esetén

által nemcsak a konstans minőségre vonatkozó úgynevezett hedonikus árindexek kiszámítása válik lehetővé, hanem alkalom adódik arra is, hogy a minőség javulását gazdaságosságként kezeljük. Ekkor *minőséggazdaságosságról* beszélünk.

Több más eset is létezik. Ha például a fogyasztók térbeli elhelyezkedésének költségvonzatai vannak, például távközlési szolgáltatások hálózati alapú termelési folyamatai esetében, akkor a fogyasztók földrajzi sűrűségének növekedése által kiváltott átlagköltség-csökkenő hatást *sűrűséggazdaságosságnak* nevezzük. Ha a költségvonzatok a termelési folyamat térbeli elhelyezkedéséhez, pontosabban annak a változásaihoz kapcsolódnak, akkor úgynevezett *agglomerációs gazdaságosság* is kialakulhat. Tulajdonképpen annyiféle gazdaságosságot találunk a termelési folyamatban, ahány módon az output termelésének változása befolyásolni képes annak átlagköltségét.

Emlékezzünk azonban arra, hogy az átlagköltség-csökkenő költségmegtakarításokat *volumenváltozások* váltják ki! Az árváltozások átlagköltséget csökkentő hatásait kizárjuk a gazdaságosság fogalmából, még akkor is, amikor azok a termelés méretének a változásaihoz kapcsolódnak, például amikor a nagyobb méretű termelés következtében nagyobb tömegű inputot vásárol a termelő és nagyobb kereslete révén – volumen diszkont vagy erősebb tárgyalási pozíció következtében – alacsonyabb árakon képes inputokat vásárolni az inputok piacain, és az olcsóbb inputoknak átlagköltség-csökkenő hatása van.

## A MÉRETGAZDASÁGOSSÁG FOGALMA

Az előzőekben már bevezettük és jellemeztük a méretgazdaságosság jelenségét. Megállapítottuk, hogy méretgazdaságosság (*economies of scale, scale economies*) akkor létezik, amikor az output termelésének növelése esetén csökken, az output termelésének csökkentése esetén pedig növekszik az output egységére jutó inputok volumene. Ekkor az inputok lassabban növekednek, mint az outputok. Ha nő az output ( $Q$ ) volumene, akkor méretgazdaságosság esetén a termelés teljes költsége ( $C$ ) depresszív módon növekszik, az átlagköltség ( $AC = C/Q$ ) görbéje csökken, továbbá az átlagköltség nagyobb a határköltségnél ( $AC > MC$ ). A határköltség ( $MC = dC/dQ$ ) görbéje csökkenő is és növekvő is lehet.<sup>10</sup>

Míndez azonban meglehetősen pontatlan. Ahhoz, hogy mérni és elemezni tudjuk a méretgazdaságosság jelenségét, sokrétű pontosításra van szükség. Pontosán meg kell határoznunk, hogy milyen inputokról, outputokról és költségekről van szó,

<sup>10</sup> Méretgazdaságtalanság (*diseconomies of scale*) vagy csökkenő hozadék (*decreasing returns to scale*) létezik ellenkező esetben, amikor több output termelése esetén növekszik, kevesebb output termelése esetén pedig csökken az output egységére jutó inputok volumene, vagyis amikor az inputok gyorsabban növekednek, mint az output. Ha nő az output volumene, akkor méretgazdaságtalanság esetén a termelés teljes költsége progresszív módon növekszik, a határköltség és az átlagköltség görbéi növekednek, továbbá az átlagköltség kisebb a határköltségnél.

valamint hogy milyen inputok, outputok és költségek vizsgálata esetén miként, milyen mutatók segítségével mérjük ezeknek a méretgazdaságosságot eredményezhető egymásra hatásait. A pontosítás a legkézenfekvőbbben a méretgazdaságosság mutatórendszerének kidolgozása során valósítható meg. Számos mutató létezik. Közös tulajdonságuk, hogy valamennyien *rugalmissági* mutatók, vagyis az inputok és az outputok vagy az outputok és a költségek *relatív* változásainak a viszonyszámai. A mutatók rendszerét a következő három rendezési elv alkalmazása segítségével alakítjuk ki.

1. A mutatók kialakítása során alkalmazott *módszer* szerint megkülönböztetünk<sup>11</sup>
  - 1.1. parametrikus mutatókat,
  - 1.2. indexmutatókat.
2. Az alkalmazott *terminológia* szerint megkülönböztetünk
  - 2.1. termelékenységi (volumenváltozásokat viszonyító) mutatókat,
  - 2.2. költségmutatókat.
3. *Aggregáció* szerint, vagyis aszerint, hogy dezaggregált vagy aggregált inputok hatását mutatják-e dezaggregált vagy aggregált outputokra, megkülönböztetünk
  - 3.1. output- és inputspecifikus teljesen dezaggregált mutatókat,
  - 3.2. vállalati szinten aggregált outputmutatókat,
  - 3.3. vállalati szinten aggregált inputmutatókat,
  - 3.4. vállalati szinten aggregált output- és inputmutatókat.

A parametrikus mutatók a termelési folyamat ökonometriai modelljeiből származnak. Termelési és/vagy költségfüggvények statisztikailag becsült regressziós paramétereiből vezetjük le őket. Először a parametrikus mutatókat ismertetjük, majd ezt követően röviden foglalkozunk az indexmutatókkal is.

### Parametrikus mutatók

Az eddigiekben már láttuk, hogy a méretgazdaságosság az inputok változásai és az outputok változásai közötti meghatározott viszonyt jelez. Duális megközelítésünkben fakad, hogy a változások egymáshoz való viszonyát volumenek és költségek segítségével egyaránt ki tudjuk fejezni.

*Termelékenységelemzési terminológia alapján:* méretgazdaságosság akkor létezik, amikor az output volumene gyorsabb ütemben növekszik, mint az input volumene. A mérőszám természetes módon adódik: hány százalékos outputnövekedés jut az

<sup>11</sup> A parametrikus (ökonometriai) és az indexmódszer mellett létezik még többféle nem parametrikus programozási módszer is, lásd például *Charnes-Cooper-Sueyoshi* [1988], ezekkel azonban terjedelmi korlátaink miatt nem foglalkozunk.

input növekedésének egy százaléka? Relatív változásokat hasonlítunk. A becslések és számítások során azonban nem a hagyományos százalékos formában fejezzük ki a relatív változásokat, hanem logaritmikus *arányos* változásokat viszonyító rugalmassági mutatót használunk: *az output inputrugalmasságát*.

*Költségelemzési terminológia alapján:* méretgazdaságosság akkor létezik, amikor a teljes költség volumene lassúbb ütemben növekszik, mint az output volumene. A mérőszám itt is természetes módon adódik: hány százalékos költségnövekedés jut az output növekedésének egy százaléka? Most is relatív változásokat hasonlítunk, és logaritmikus *arányos* változásokat viszonyító rugalmassági mutatót használunk: *a költség output-rugalmasságát*.

A rugalmasságmutató-párok közül többféle is van attól függően, hogy milyen inputnak milyen outputra gyakorolt hatását tükrözik. Egyrészt a termelési folyamatban több input több outputot termel és bármely input hathat bármely outputra. Korábban feltételeztük, hogy az inputok száma  $m$ , az outputoké pedig  $n$ . Bármely output termelési folyamatában létezik az inputoknak és az outputoknak olyan kölcsönhatása, amelyet meg kívánunk vizsgálni annak megállapítása céljából, hogy létezik-e output-specifikus méretgazdaságosság.

Másrészt az egyedi (dezaggregált) inputokon és outputokon kívül ugyancsak létezik az inputok aggregátuma és az outputok aggregátuma is. Ezek az aggregátumok teszik lehetővé az összes input együttes hatásának, valamint az összes outputra együttesen gyakorolt hatásoknak a mérését, becslését, elemzését. Ez az elemzés vállalati szinten folyik, mert vagy az inputokat, vagy az outputokat, vagy mindkettőt az egész vállalatra nézve, összességükben vizsgáljuk.

Nézzük először azt, hogy mire van szó! Számozásunk tükrözi, hogy most a harmadik rendezési elvet, az aggregáció elvét alkalmazzuk, amely szerint négy esetet különböztethetünk meg. Minden esetben mutatópárokat tudunk konstruálni: az output inputrugalmasságát és a költség output-rugalmasságát.

- 3.1. Valamelyik  $x_j$  input volumenváltozásainak hatása valamelyik  $q_i$  outputra.
- 3.2. Valamelyik  $x_j$  input volumenváltozásainak hatása az összes outputra, vagyis a  $Q$  output aggregátumra.
- 3.3. Az összes input, vagyis az  $X$  input aggregátum hatása valamelyik  $q_i$  outputra.
- 3.4. Az összes input, vagyis az  $X$  input aggregátum hatása az összes outputra, vagyis a  $Q$  output aggregátumra.

Most pedig vizsgáljuk meg a négy kategóriában konstruálható rugalmasságpárokat! A képzésük során felmerülő lehetőségek és nehézségek abból fakadnak, hogy a rugalmasságokat vagy (statisztikailag becsült) termelési függvényekből, vagy pedig (statisztikailag becsült) költségfüggvényekből származtatjuk, és ezek a függvények egyes rugalmasságok kialakítását egyszerűvé teszik, más rugalmasságok kiszámítására csak kiegészítő feltételezések alkalmazása mellett nyújtanak lehetőséget, ismét

más rugalmasságok létrehozását pedig egyáltalán nem teszik lehetővé. Vizsgálódásunkat kezdjük a legdezagregáltabb esettel.

AD 3.1. Valamelyik  $x_j$  input volumenváltozásainak hatása valamelyik  $q_i$  outputra

Az output inputrugalmassága<sup>12</sup>

$$\varepsilon_{q_i, x_j} = \frac{d \ln q_i}{d \ln x_j} = \frac{dq_i}{q_i} : \frac{dx_j}{x_j} = \frac{dq_i}{dx_j} \times \frac{x_j}{q_i} \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m). \quad (5)$$

Összesen  $i \times j$  számú ilyen rugalmassági mutató konstruálható. Általában igaz az, hogy az output inputrugalmasságát termelési függvényből, a költség outputrugalmasságát pedig költségfüggvényből származtatjuk. Ez az eset azonban kivételt képez. Az (1) egyenletben bemutatott termelési függvény ugyanis nem alkalmas arra, hogy segítségével alakítsuk ki a dezagregált  $q_i$  outputokra vonatkozó mutatókat, mert a termelési függvény függő változója az outputok aggregátuma. A (2) egyenletben bemutatott költségfüggvény használata esetén viszont a feladat megoldható, mert a  $q_i$  változók szerepelnek a függvény jobb oldalán, az  $x_j$  változókat pedig Shephard [1970] lemmájának alkalmazása révén ki tudjuk számítani. Shephard lemmája szerint a költségfüggvénynek a valamelyik  $w_j$  inputár szerinti parciális deriváltja egyenlő az illető input iránti kereslet nagyságával, ami  $x_j$  vagyis:

$$\frac{\partial C}{\partial w_j} = x_j \quad (j = 1, \dots, m). \quad (6)$$

Ennek igazsága könnyen belátható. Ha a  $j$ -edik input  $w_j$  ára mondjuk 140 forintról 160 forintra – azaz 20 forinttal – emelkedik, és ennek a következményeként 60 forinttal nő a költség, akkor az illető input  $x_j$  volumene 3 egységnyi. Ha viszont a költség növekménye mondjuk 140 lenne, akkor ebből tudnánk, hogy 7 egységnyi input venne részt a termelésben.

Ha a változók ismertek, akkor kialakíthatók azoknak a megfigyeléstől megfigyelésig mért arányos változásai is. Ezek hányadosai a rugalmasságok diszkrét megközelítését jelentik.

A duális mutató, a költség output-rugalmassága a költség aggregált természeténél fogva nem alkalmas a dezagregált inputok és outputok közötti viszony jelzésére. Ezt a mutatót sem a termelési függvény, sem pedig a költségfüggvény segítségével nem tudjuk kialakítani. A termelési függvényben ugyanis az outputok,

<sup>12</sup> Figyeljük meg, hogy  $dq_i/dx_j$  nem más, mint a  $j$ -edik inputnak az  $i$ -edik outputból termelt határterméke. Ez részleges határtermék, ha a  $j$ -edik input más outputokat is termel, és az azokra vonatkozó határterméke nem nulla.

a költségfüggvényben pedig az inputok aggregáltak. A termelési függvényt nem is tudjuk használni, a költségfüggvényt azonban igen. Ahhoz, hogy output-specifikus mutatókat képezhessünk, dezaggregálnunk kell a költségeket. Ha ismerjük a  $q_i$ -specifikus költséget, akkor ezt a  $q_i$  volumenének változásaihoz viszonyítva fényt vehetünk a  $q_i$ -specifikus méretgazdaságosságra is. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a költségfüggvény olyan analitikus eszköz, amelynek segítségével nemcsak az  $i$ -edik output határköltségét tudjuk megbecsülni, hanem szimuláció útján a  $q_i$ -specifikus költségek nagyságát is.

Valamely  $i$ -edik outputra nézve specifikus méretgazdaságosságról akkor beszélünk, ha azok a költségek, amelyeket az illető output termelése okoz (amelyek „specifikusak” az illető outputra), lassabban változnak, mint az illető output volumene, miközben minden más output volumene változatlan marad. Az  $i$ -edik outputra specifikus költség az  $i$ -edik output termelése következtében jön létre, és nem létezne, ha nem termelnék az  $i$ -edik outputot. Ezért az  $i$ -edik output *különbözeti költségének* is nevezzük. Definíciója szerint tehát

$$IC_i = C(q_1, \dots, q_n) - C(q_1, \dots, q_{i-1}, 0, q_{i+1}, \dots, q_n). \quad (7)$$

Az átlagos különbözeti költséget úgy kapjuk meg, hogy a különbözeti költséget elosztjuk annak az outputnak a volumenével, amelyre nézve az specifikus, tehát

$$AIC_i = \frac{IC_i}{q_i}. \quad (8)$$

Ha  $q_i$ -specifikus méretgazdaságosság van jelen a termelési folyamatban, akkor  $q_i$  volumenének növekedése esetén  $AIC_i$  csökken, ami az átlagköltség és a határköltség viszonyáról korábban elmondottak értelmében akkor következik be, ha  $AIC_i > MC_i$ . Annak is van jelentősége, hogy  $MC$  mennyivel kisebb  $AIC$ -nél. Ugyanis minél kisebb, annál nagyobb mértékű csökkenést idéz elő  $AIC$ -ben. Ugyanígy érvelünk méretgazdaságtalanság esetén is: minél nagyobb  $MC$  az  $AIC$ -hez viszonyítva, annál nagyobb mértékű növekedést idéz elő  $AIC$ -ben. Látjuk, hogy az  $MC$ – $AIC$  viszony alkalmas az output-specifikus méretgazdaságosság fokának a mérésére.

Az  $i$ -edik outputra specifikus méretgazdaságosság foka az átlagos különbözeti költség és a határköltség hányadosa, amely – mint azt a (9) egyenlet mutatja – kifejezhető az  $i$ -edik output költséghányadának és költség rugalmasságának a hányadosaként, vagyis

$$\varepsilon_{c,q_i} = \frac{\frac{IC_i}{q_i}}{\frac{\partial C}{\partial q_i}} = \frac{IC_i}{C} = \frac{c_i}{\varepsilon_{Cq_i}}. \quad (9)$$

Az  $i$ -edik outputra specifikus méretgazdaságosság foka tehát a teljes költségnek az  $i$ -edik outputra vonatkozó rugalmassága *reciprokának* az  $i$ -edik output  $c_i = IC_i/C$  költséghányadával súlyozott értéke. Fontos hangsúlyozni, hogy a költség rugalmasság reciprokáról van szó, vagyis hogy az  $\varepsilon_{c, q_i}$  mutató nem úgy viselkedik, mint a költség output-rugalmassága, hanem úgy, mint az output inputrugalmassága. Erre a körülményre később még visszatérünk.

*AD 3.2. Valamelyik  $x_j$  input volumenváltozásainak hatása a  $Q$  output aggregátumra*

Az output inputrugalmassága:

$$\varepsilon_{Q, x_j} = \frac{d \ln Q}{d \ln x_j} = \frac{dQ}{Q} : \frac{dx_j}{x_j} = \frac{dQ}{dx_j} \times \frac{x_j}{Q} \quad (j = 1, \dots, m). \quad (10)$$

Összesen  $j$  számú rugalmassági mutató konstruálható. Gyakran találkozunk ilyen mutatókkal, mert a termelési függvényből könnyen kinyerhetők, hiszen a rugalmasság nem más, mint a  $j$ -edik input  $\partial Q / \partial x_j$  határtermékének, valamint az input és az output valamely  $x_j/Q$  volumenarányának a szorzata.<sup>13</sup>

A költség output-rugalmasságát nem alkalmazzuk, mert a költségfüggvényben az inputok aggregáltak, és az outputok dezaggregáltak, ennek a mutatónak a kiszámításához pedig éppen ellenkezőleg dezaggregált inputokra és aggregált outputra lenne szükség.

*AD 3.3. Az  $X$  inputaggregátum hatása valamelyik  $q_i$  outputra*

Az output inputrugalmassága<sup>14</sup>

$$\varepsilon_{q_i, X} = \frac{d \ln q_i}{d \ln X} = \frac{dq_i}{q_i} : \frac{dX}{X} = \frac{dq_i}{dX} \times \frac{X}{q_i} \quad (i = 1, \dots, n). \quad (11)$$

A helyzet itt hasonló ahhoz, amit az *ad 3.1.* pontban láttunk. A termelési függvény nem alkalmas arra, hogy segítségével alakítsuk ki a dezaggregált  $q_i$  outputokra vonatkozó mutatókat, mert a termelési függvény függő változója az outputok aggregátuma. A költségfüggvény használata esetén a feladat megoldható, mert a  $q_i$  változók szerepelnek a függvény jobb oldalán, az  $x_j$  változókat pedig Shephard lemmájának alkal-

<sup>13</sup> A határtermék a termelési függvénynek az adott input volumene szerinti parciális deriváltja.

<sup>14</sup> Itt ismét érdekes határterméket látunk,  $dq_i/dX$  ugyanis az összes input együttes határtermékének azt a részét jelöli, amely az  $i$ -edik outputra vonatkozik. Ezt normálisan olyan a feltételezés mellett számítjuk ki, hogy az inputok azonos arányban változnak, de kiszámítható változó inputarányok feltételezése mellett is.

mazása révén ki tudjuk számítani, majd pedig volumenindex formájában aggregálni tudjuk. Mégsem használjuk ezeket a rugalmasságokat, mert a duális mutató (a költség output-rugalmassága) egyszerűen kinyerhető a költségfüggvényből.

A költség output-rugalmassága

$$\varepsilon_{Cq_i} = \frac{d \ln C}{d \ln q_i} = \frac{dC}{C} : \frac{dq_i}{q_i} = \frac{dC}{dq_i} \times \frac{q_i}{C} \quad (i = 1, \dots, n). \quad (12)$$

Összesen  $i$  számú ilyen rugalmassági mutató konstruálható. Ez messze a leggyakoribb mutató. Úgy számítjuk ki, hogy az  $i$ -edik output határköltségét (ami a költségfüggvénynek az illető output szerinti parciális deriváltja) megszorozzuk az  $i$ -edik output volumenével, és elosztjuk a teljes költséggel. Gyakoriságához az is hozzájárul, hogy a termelési folyamat megjelenítésére általában a költségfüggvényt – és nem a termelési függvényt – használjuk.

*AD 3.4. Az  $X$  input aggregátum hatása a  $Q$  output aggregátumra*

Az output aggregáltinput-rugalmassága [skálárugalmasság (*scale elasticity*)]:

$$\varepsilon_{QX} = \frac{d \ln Q}{d \ln X} = \frac{dQ}{dX} \times \frac{X}{Q}. \quad (13)$$

Ez a mutató a termelési függvény logaritmikus deriváltjainak az aggregátuma. Miután a termelésben  $m$  számú input vesz részt, az inputaggregátum növekedése többértelmű fogalom, hiszen az összes input együttes átlagos – mondjuk 10 százalékos – növekedése a legkülönfélébb inputarány-változások mellett valósulhat meg. A mutató tartalmának egységesítése érdekében kiegészítő feltételezésre van szükség az inputarányokat illetően. A méretgazdaságosság elemzői leggyakrabban az inputaggregátumnak az  $m$ -dimenziós inputsugár – azaz konstans inputarányok – mentén történő növekedését feltételezik. Ha az inputarányok állandók, akkor mind az  $m$  input azonos ütemben változik. Ezért találkozunk az azonos arányú (ekviproporcionális) inputváltozás kifejezéssel.

A költség aggregáltoutput-rugalmassága egytermékes termelési folyamatok esetén közvetlenül kinyerhető a költségfüggvényből:

$$\varepsilon_{CQ} = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln Q} = \frac{\partial C}{C} : \frac{\partial Q}{Q} = \frac{\partial C}{\partial Q} \times \frac{Q}{C}. \quad (14)$$

Többtermékes termelési folyamatok esetén bonyolultabb a helyzet. A költség aggregáltoutput-rugalmassága a következő formát ölti:



$$\varepsilon_{CQ} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{Cq_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial C}{\partial q_i} \times \frac{q_i}{C} = \sum_{i=1}^n MC_i \frac{q_i}{C}. \quad (15)$$

Ez nem más, mint a költségfüggvény outputok szerinti deriváltjainak, vagyis az egyes outputok határkölségeinek az aggregátuma. Itt az outputarányokra vonatkozó kiegészítő feltételezést kell alkalmazni. A szokásos feltételezés az, hogy az outputokban *azonos arányú* (ekviproporcionális) változások történnek, tehát az output növekedése valamely  $n$ -dimenziós outputsugar mentén valósul meg.

A gyakorlati elemző munkában nagy jelentőségű az a körülmény, hogy a költség aggregáltoutput-rugalmassága és az output aggregáltinput-rugalmassága (skálarugalmasság) egymás reciprokai:

$$\varepsilon_{CQ} = (\varepsilon_{QX})^{-1}. \quad (16)$$

A méretgazdaságosság parametrikus mutatóinak tárgyalását a mutatók számszerű értékeire vonatkozó összefoglalással zárjuk. Az 1. táblázatban növekvő, állandó és csökkenő hozadékra vonatkoztatva mutatjuk meg két aggregált mutató, a skálarugalmasság és a költség aggregáltoutput-rugalmassága számszerű értékeit, illetve ezeknek az értékeknek a tartományait. Kiegészítésként azt is közöljük, hogy mikor milyen az átlagköltség és a határköltség viszonya.

Az 1. táblázatba foglalt értékek nemcsak a vállalati szintű aggregált mutatókra, hanem az output-specifikus mutatókra is vonatkoznak. Láttuk, hogy a  $q_i$ -specifikus méretgazdaságosság  $\varepsilon_{c_i, q_i}$  mutatója is rugalmasságként viselkedik, és olyan módon alkottuk meg, hogy értékei ugyanazokba a tartományokba essenek, mint amelyeket a táblázatban a vállalati szintű  $\varepsilon_{QX}$  skálarugalmassági mutató kapcsán rögzítettünk. Következésképpen  $\varepsilon_{c_i, q_i}$  nem lehet sem negatív, sem nulla; output-specifikus méretgazdaságosságot jelez, ha  $\varepsilon_{c_i, q_i} > 1$ ; méretgazdaságtalanság létezik, ha  $0 < \varepsilon_{c_i, q_i} < 1$ ; és sem méretgazdaságosság, sem méretgazdaságtalanság nincsen, hanem az  $i$ -edik outputot az őt előállító inputok állandó hozadéka mellett termelik, ha  $\varepsilon_{c_i, q_i} = 1$ .

1. TÁBLÁZAT • A méretgazdaságosság mutatói

Hozadék	Skálarugalmasság	Költségrugalmasság	Költségviszonyok
Növekvő	$\varepsilon_{QX} > 1$	$0 < \varepsilon_{CQ} < 1$	$AC > MC$
Állandó	$\varepsilon_{QX} = 1$	$\varepsilon_{CQ} = 1$	$AC = MC$
Csökkenő	$0 < \varepsilon_{QX} < 1$	$\varepsilon_{CQ} > 1$	$AC < MC$

## Indexmutatók

Az eddigiekben bemutatottuk a méretgazdaságosság parametrikus mutatóit. Most áttérünk az indexmutatókra. Az indexmutatók előnye az, hogy egyes speciális esetekben ökonometriai modellek nélkül, tényadatok alapján is létrehozhatók. Hátrányukat pedig az jelenti, hogy ilyen speciális esetek viszonylag ritkán fordulnak elő, torzítatlan alkalmazásukra viszonylag ritkán nyílik lehetőség.

Az indexszámok aggregátumok, ezért dezaggregált inputok és outputok változásainak tükrözésére természetüknél fogva eleve nem alkalmasak. Rövidesen látni fogjuk, hogy az előzőekben tárgyalt négy eset közül csak a negyedikben lehet hasznukat venni. Nézzük ezt a negyedik esetet! A skálarugalmasság és a költség aggregáltoutput-rugalmassága egyaránt megközelíthető indexszámok segítségével.

Az output aggregáltinput-rugalmassága (skálarugalmasság)

$$\varepsilon_{QX} = \ln \frac{\hat{Q}}{\hat{X}} = \ln \hat{Q} - \ln \hat{X}, \quad (17)$$

a költség aggregáltoutput-rugalmassága pedig

$$\varepsilon_{CQ} = \ln \frac{\hat{C}}{\hat{X}} = \ln \hat{C} - \ln \hat{X}, \quad (18)$$

ahol  $\hat{C}$  a teljes költség értékindexe,  $\hat{Q}$  és  $\hat{X}$  pedig sorrendben az output és az input Divisia- (diszkrét esetben Törnqvist-) volumenindexe.

Skálarugalmasságként a volumenindexek hányadosa (illetve annak logaritmus) csak akkor használható, ha valószínűsíthető egyfelől az, hogy az output változásait mutató tényadatokat csak az inputok változásai befolyásolták, másfelől pedig az, hogy sem az outputok, sem pedig az inputok volumeneinek tényadatait nem torzítják úgynevezett strukturális változások (például technológiai és szervezeti változások vagy a számviteli szabályok változásai). Ha mindez nem valószínűsíthető, és ha a méretgazdaságosság fogalmába nem tartozó hatásoktól az input és az output volumenindexei nem tisztíthatók meg, akkor az indexmutató (felfelé és lefelé egyaránt) torzítja a méretgazdaságosság fokát. Hasonló figyelmeztetés fogalmazható meg a költség aggregáltoutput-rugalmassága kapcsán is. Ha a költséget nemcsak a megtermelt outputok mennyiségei befolyásolják, valamint ha a költségindexet és az output volumenindexét strukturális változások torzítják, akkor indexmutatónk a méretgazdaság fokát torzítva fogja mutatni.

Említettük, hogy dezaggregált esetben ( $x_j$  input hatása  $q_i$  outputra) az indexmódszer aggregált természeténél fogva nem alkalmazható. Félig aggregált esetekben

( $x_j$  input hatása a  $Q$  output-aggregátumra és  $X$  inputaggregátum hatása  $q_i$  outputra) sem lehet azonban használni. A  $Q$  output-aggregátumra ugyanis biztosan nemcsak az  $x_j$  input hat, hanem más inputok is. Az  $X$  inputaggregátumról ugyancsak nem lehet elmondani, hogy csak a  $q_i$  outputra hat, hanem biztosan hat más outputokra is. Az alkalmazás egyedül lehetséges területe tehát az aggregált eset, amely kapcsán felhívtuk a figyelmet a módszer jelentős korlátaira.

A parametrikus és az indexmódszer azonban kombinált formában együtt is alkalmazható annak érdekében, hogy elemzési célokra kényelmesen használható indexmutatókat nyerjünk, de ezek ne rendelkezzenek az indexszámok említett torzításaival. A kombinált alkalmazás lényege az, hogy ha fennáll a torzítás veszélye, akkor nem tényadatokból, hanem az ökonometriai modellek által *szimulált* adatokból számítunk indexeket. Ilyenkor nem nélkülözhetjük az ökonometriai modellezést.

Nézzük például a költség aggregáltoutput-rugalmasságát! Ha tényadatok alapján egyfelől költségindexet, másfelől pedig output-volumenindexet képzünk, és a kettőt elosztjuk egymással (pontosabban természetes logaritmusaitak kivonjuk egymásból), akkor eredményünk a méretgazdaságosság fokát torzított módon mutatja, ha a költséget az outputok változásain kívül az inputárak és a technológia változásai (és más változók) is befolyásolják. Ha infláció következtében az inputok árai növekednek, akkor emiatt is nő a termelés költsége, és ennek következtében mutatónk alábecsüli a méretgazdaságosság fokát. Ha viszont költségmegtakarító technológiai változások történnek, akkor a méretgazdaságosság fokát túlbecsüljük. A torzítást úgy tudjuk kiküszöbölni, ha a költségindexet nem tényadatok, hanem a költségfüggvény segítségével – konstans inputárak és technológia feltételezése mellett – szimulált költségek alapján számítjuk ki. Ekkor a költségindexet csak az outputok volumeneinek a változásai befolyásolják, ezért a költségindex és az output-volumenindex hányadosa torzítatlanul jelzi a méretgazdaságosság fokát. A becslést és szimulált mutatók számos további érdekes és hasznos elemzésre is lehetőséget adnak.

## A MÉRETGAZDASÁGOSSÁG PARAMETRIKUS BECSLÉSE

Említettük, hogy speciális helyzetek kivételével a méretgazdaságosság becslése megköveteli, hogy a költség, az input és az output adatait megtisztítsuk mindazoktól a hatásoktól, amelyek nem sorolhatók a méretgazdaságosság fogalmi körébe. Azt is jeleztük, hogy ez a „megtisztítás” az elemzői gyakorlatban a termelési folyamat ökonometriai modelljei segítségével érhető el. Most arra térünk ki, hogy miképpen zajlik az ökonometriai modellezés és milyen eredményei vannak.

Az ökonometria a termelés folyamatát a modern neoklasszikus közgazdasági elmélet által feltárt és leírt összefüggések statisztikai becslésén keresztül modellezi. Számos megközelítés lehetséges. A termelési folyamat ökonometriai modelljeiben

a következő függvényfajtákat becsülik: 1. termelési függvény, 2. költségfüggvény, 3. profitfüggvény, 4. inputkeresleti függvény és 5. termelékenységi függvény.

Történelmileg a termelési függvények becslése terjedt el először, a jelenlegi eredmények legnagyobb és legjobb minőségű része azonban költségfüggvényekből származik. Ennek legfőbb oka az, hogy az (1) egyenletben leírt termelési függvények eddig csak egytermékes termelési folyamatokra vonatkozóan produkáltak jó minőségű becslési eredményeket. A többtermékes termelési folyamatot a (2) egyenletben leírt költségfüggvények segítségével modellezzük. Statisztikai becslésre és a termelés közgazdasági jellemzőinek leírására a profitfüggvények a költségfüggvényekhez hasonlóan kiválóan alkalmasak, tényleges becslésükre azonban csak a költségfüggvényeknél jóval kisebb számban került sor. Az inputkeresleti függvényeket leginkább költségfüggvényekkel együttesen becsülik többegyenletes szimultán rendszerekben. A termelékenységi függvények a termelékenységnövekedés oksági tényezőit (elsősorban az output növekedési ütemét és a technológiai fejlődés rátáját) használják exogén változóként. Nagyon kevés becsült termelékenységi függvény létezik. Miután az elérhető empirikus eredmények legnagyobb és legjobb minőségű része becsült költségfüggvényekből származik, a többi függvényformán alapuló modellezés ismertetésétől a továbbiakban eltekintünk.

Megjegyezzük azonban, hogy az ökonometriai modelleken kívül az úgynevezett mérnöki modellek (*engineering models*) is jelentős szerepet játszottak a belső gazdaságosságra vonatkozó ismereteink kialakításában. A mérnöki modellek előnye az ökonometriai modellekkel szemben azok nagyobb részletességében és közvetlen műszaki megalapozottságában rejlik. A hálózati gazdaságosság részletes feltárását például mérnöki modelleknek köszönhetjük. A mérnöki modellek azonban jellegüknél fogva nem alkalmasak vállalati szintű közgazdasági összefüggések megragadására. A technológia egyes részeit modellezzük, de a technológia egészét, a szervezetet és a vállalat egészét nem. A mérnöki modellek szerepe kettős. Egyfelől a vállalati szintű ökonometriai modellek eredményeit technológiai oldalról mintegy megmagyarázzák, azaz konkrét, részletes és műszakilag szilárdan megalapozott tartalommal töltik ki. Másfelől a mérnöki modellek által létrehozott input- és outputadatok sok esetben alkalmasak az ökonometriai modellezéshez. Ilyen esetekben az ökonometriai modellek megmutatják a mérnöki modellekben feltárt műszaki összefüggések közgazdasági tartalmát.

### Költségmodellek

Visszaidézzük a (2) egyenletből, hogy a költségfüggvények a termelés teljes költségét ( $C$ ) a megtermelt outputok mennyiségeinek ( $q_i$ ), az inputok árainak ( $w_j$ ) és a technológiai változásokat kifejező változóknak ( $T$ ) a függvényeként ábrázolják. Ahhoz, hogy a függvény statisztikailag megbecsülhető legyen, először is meghatározott matematikai formába kell önteni, vagyis ki kell alakítani azt, hogy  $q$ ,  $w_j$  és  $T$  milyen

paramétereken keresztül határozzák meg  $C$  nagyságát. A termeléselmélet nem írja elő a költségfüggvények matematikai formáját. Az „elméleti” követelmény csak annyi, hogy a költségfüggvény legyen folytonos és kétszer differenciálható, valamint formája legyen alkalmas arra, hogy a becslt függvényből levezethessük a termelés közgazdasági alapfogalmainak becslt értékeit. Egyébként olyan matematikai formát keresünk, amely a legjobban megfelel a becslés alapjául szolgáló adatok természetének. Az úgynevezett *rugalmas* függvényformákat alkalmazzuk.

A költségfüggvények területén az 1970-es évek közepétől kezdve elterjedt a transzcendentális logaritmikus – röviden transzlog – függvényforma alkalmazása. Ez a költségfüggvény (2) egyenletben közölt általános formájának egy adott pontból – általában a változóknak az adatminta szerinti átlagai által meghatározott pontból – kiinduló Taylor-sor szerinti kiterjesztésén alapul. A gyakorlatban másodiknál magasabb fokú megközelítést nem vagy csak igen ritkán alkalmaznak. A becslt függvény a paraméterekekre vonatkozó statisztikai tesztek eredményeitől függően igen tág határok között alakítható.<sup>15</sup> A változók logaritmikus transzformációja által képviselt kötöttség is feloldható Box–Cox [1962] idevágó eredményeinek felhasználásával. Az úgynevezett Box–Cox-transzformáció olyan általános transzformációs forma, amelyet valamely adott  $x$  változóra a következőképpen lehet felírni:

$$g(x) = \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}, \quad (19)$$

és amelynek mind a logaritmikus transzformáció ( $\lambda \rightarrow 0$ ), mind pedig a lineáris transzformáció ( $\lambda = 1$ ) a speciális határeset. Statisztikai hipotézisvizsgálással megtalálhatjuk az adott adatmintára nézve legmegfelelőbb transzformációt attól függően, hogy  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1$  vagy  $0 < \lambda < 1$ . A különféle transzformációkat együttesen tartalmazó transzlog függvényt a továbbiakban Kiss–Lefebvre [1987] nyomán általánosított transzlognak (*generalized translog – GTL*) nevezzük. A becslési eljárás szempontjából hátrány a Box–Cox-transzformáció következtében előálló nemlineáris egyenletforma, ugyanis a hatványkitevőt kell megbecsülni. Az  $m$  input,  $n$  output és egyetlen  $T$  technológiai változó esetében a GTL költségfüggvény a következő általános formát ölti:

$$\begin{aligned} \ln C = & \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \ln w_i + \sum_{k=1}^n \alpha_{qk} \hat{q}_k + \beta \hat{T} + \frac{1}{2} \beta_T \hat{T}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \ln w_i \ln w_j \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \delta_{kl} \hat{q}_k \hat{q}_l + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \rho_{ik} \hat{q}_k \ln w_i + \sum_{i=1}^m \beta_i \hat{T} \ln w_i + \sum_{k=1}^n \beta_{qk} \hat{q}_k \hat{T} \end{aligned} \quad (20)$$

<sup>15</sup> Például, ha nem lehet elutasítani azt a hipotézist, hogy egy paraméter értéke nulla, akkor az illető paraméter változója a költségfüggvényből el is hagyható. Ha nem lehet elutasítani annak hipotézisét, hogy két paraméter egyenlő, akkor változóik összevonhatók.

ahol  $\hat{q}_k = \frac{q_k^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}$  és  $\hat{T} = \frac{T^{\lambda_T} - 1}{\lambda_T}$ .<sup>16</sup>

Az általánosított transzlog (GTL) költségfüggvényt az inputárakban elsőfokú homogénné korlátozzuk,<sup>17</sup> továbbá alkalmazzuk a másodfokú megközelítés szimmetria-feltételeit, vagyis

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^m \gamma_{ij} = \sum_{i=1}^m \rho_{ik} = \sum_{i=1}^m \beta_i = 0; \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji}, \quad \delta_{kl} = \delta_{lk} \\ (i, j = 1, \dots, m; l, k = 1, \dots, n). \quad (21)$$

Költségminimalizáló vállalati magatartás esetén Shephard lemmájának felhasználásával alakíthatók ki a (22) költségrézesedési egyenletek:

$$S_i = \frac{w_i x_i}{C} = \alpha_i + \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \ln w_j + \sum_{k=1}^n \rho_{ik} \hat{q}_k + \beta_i \hat{T} \quad (i = 1, \dots, m). \quad (22)$$

Profitmaximalizáló vállalati magatartás esetén a költségrézesedési egyenleteken kívül szükség van az outputok árbevételi részesedési egyenleteinek a kialakítására is. Ezek a határköltség = határbevétel egyenlőségen alapulnak és a következő alakban jelennek meg:

$$R_k = \frac{p_k q_k}{C} = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_k}\right)^{-1} q_k^{\lambda_k} \left( \alpha_{qk} + \sum_{l=1}^n \delta_{kl} \hat{q}_l + \sum_{i=1}^m \rho_{ik} \ln w_i \right) \quad (k = 1, \dots, n). \quad (23)$$

ahol  $\varepsilon_k$  a  $k$ -adik output iránti piaci kereslet sajátár-rugalmassága,  $C$  pedig a teljes költség (tehát a  $k$ -adik output árbevételének a *költséghez* viszonyított hányadával dolgozunk).

A statisztikai becslés alapjául szolgáló adatminta nagysága gyakran elégtelen, ami gondokat okozhat például az idősoron alapuló becslések esetében, különösen akkor, amikor csak éves költség- és egyéb adatok állnak rendelkezésre. Az idősor hosszát ugyanis számos tényező korlátozza (például a korai évekre nincs adat, számviteli és egyéb változások következtében az egyes évek adatai nem összehasonlíthatók,

<sup>16</sup> Felhívjuk az olvasó figyelmét arra, hogy a másodfokú változók megjelenése miatt módosítanunk kellett az eddig alkalmazott jelölést. Eddig következetesen a  $j$ -edik inputról és az  $i$ -edik outputról beszéltünk. Most a költségfüggvényben megjelennek az inputárak és outputvolumenek keresztszorzatai. Ezek jelölése úgy valósul meg, hogy az  $i$ -edik és a  $j$ -edik inputárról, valamint a  $k$ -adik és az  $l$ -edik outputvolumenről fogunk beszélni.

<sup>17</sup> Vagyis ha minden inputár ugyanannyi százalékkal változik, és más változás nem történik, akkor a költség is ugyanannyi százalékkal fog változni, mint az inputárak.

technológiai változások kérdésessé teszik azt a feltételezést, hogy a becslendő paraméterek az egész periódusra érvényesek stb.). Ha a minta elégtelensége miatt nem valószínűsíthető meg a költségfüggvény egyedi egyenletként való becslése, akkor több-egyenletes szimultán egyenletrendszer alakítunk ki, és a részesedési egyenleteket a költségfüggvénnyel együtt becsljük a következőképpen:

- költségminimalizáló vállalati magatartás esetén a (20)-ban látható költségfüggvényt és a (22)-ben található  $m - 1$  költségreszesedési egyenletet;<sup>18</sup>
- profitmaximalizáló vállalati magatartás esetén a költségfüggvényt, a költségreszesedéseket és az árbevételi részesedéseket, amelyeket sorrendben a (20), (22) és a (23) egyenletben találjuk.

Miután a részesedési egyenletek paraméterei a költségfüggvény paramétereinek egy-egy részalmazát képezik, szimultán becslésük növeli a szabadságfokot, és javítja a becslések pontosságát, „élességét”. Emiatt a részesedési egyenletek használata akkor is javasolt, amikor az adatminta elégséges nagyságú.

A becslést *maximum likelihood* vagy ekvivalens statisztikai becslési eljárások segítségével végezzük. Az irodalomban gyakran találkozunk az – Arnold Zellner által 1962-ben bevezetett – látszólag független regresszió (*seemingly unrelated regression, SUR*) módszere egy módosított formájának az iteratív használatával, amely megfelelő mintanagyság és a kovariancia mátrix konvergenciája esetén maximum likelihood becsléseket produkál (Zellner [1962]).

A paraméterek becsléseinek statisztikai érvényességét igen nagy számú teszt elvégzése útján állapítjuk meg, realitásukat pedig úgy ellenőrizzük, hogy segítségükkel közgazdaságilag értelmes mutatókat számítunk, amelyekre nézve léteznek ésszerű várakozások, és összevetjük a becslés eredményeit a várakozásokkal. A becslés előjele sokszor önmagában is minősít. El kell vetni például az input iránti kereslet sajátárrugalmasságára kapott minden pozitív előjelű becslést, a méretrugalmasság pedig nem lehet negatív. Ha az előjel megfelel a várakozásoknak, akkor tovább kvalifikálja a becslést az, hogy a számszerű eredmény beleesik-e az ésszerűségnek valamilyen sávjába. Egy  $-5$  értékű árrugalmassági vagy  $+3$  értékű méretrugalmassági becslés például nyilvánvalóan irreális.

<sup>18</sup> Christensen–Greene [1976] nyomán véletlen hibákat adunk a részesedési egyenletekhez, amelyek a profitmaximalizálás során elkövetett hibákat reprezentálják. A költségreszesedések összege 1, ezért a hibák összege 0. Annak érdekében, hogy megőrizzük a variancia-kovariancia mátrix nemszinguláris voltát, az egyik költségreszesedési egyenletet töröljük a modelltől. Bármelyiket törölhetjük, mert a maximum likelihood becslések invariánsak a törölt részesedésre.

### Parametrikus mutatók

Az általánosított transzlog költségmodell ismertetése után most azt mutatjuk be, hogy ebből a modelltől hogyan lehet méretgazdaságossági mutatókat származtatni. Terjedelmi korlátaink miatt ismét egyszerűsíteniünk kell: nem foglalkozunk a korábban ismertetett valamennyi mutató levezetésével, hanem csak a legfontosabb output–input, illetve költség–output összefüggéseket tárgyaljuk. Azért, hogy a bemutatást minél egyszerűbbé és érthetőbbé tegyük, a következőkben feltételezzük, hogy a becslést szolgáló adatmintánkban éves megfigyeléseket tartalmazó idősorok vannak. A költségfüggvény Taylor-soros kiterjesztése az úgynevezett kiterjesztési pont (*expansion point*) körül történik. Kiterjesztési pontként általában a változók mintaátlagát vagy a mintaperiódus közepéhez közeli és „normálisnak” tekinthető évek egyikét használjuk. A kiterjesztési pont használata azt jelenti, hogy a költségek, az outputvolumenek, az inputárak és a technológiai változó éves értékeit rendre elosztjuk mindegyik változónak a kiterjesztési pontban létező értékével, vagyis normalizált időbeli indexsorokat kapunk eredményül. A kiterjesztési pontban  $w_j = q_k = T = 1$ , hiszen itt a változók értékeit saját magukkal osztjuk el.

Ez utóbbi azért fontos körülmény, mert a kiterjesztési pontra vonatkozó becsléseket a függvény elsőfokú paraméterei határozzák meg, a másodfokú paraméterek pedig akkor jelennek meg nem nulla értékekkel a becslésekben, amikor a mintaperiódus különböző éveire (vagy a keresztmetszeti minta különböző elemeire) vonatkozóan állítunk elő becsléseket. A méretgazdaságosság esetében úgy is fogalmazhatunk, hogy a kiterjesztési pontban megismerjük a mutató „színvonalát”, a periódus éveiben (vagy a keresztmetszeti minta elemeire vonatkozóan) pedig azt figyelhetjük meg, hogy ez a színvonal hogyan változik időben (vagy keresztmetszetben), azaz a másodfokú paraméterek a méretgazdaságosság foka időbeli (vagy térbeli) szóródásának a formáját és mértékét határozzák meg.

#### *Vállalati szintű méretgazdaságosság*

A kiterjesztési pontban, ahol  $w_j = q_k = T = 1$ ,

a költségnek a  $k$ -adik outputra vonatkozó dezaggregált rugalmassága  $\varepsilon_{Cq_k} = \alpha_{q_k}$ ,

a költség aggregáltoutput-rugalmassága  $\varepsilon_{CQ} = \sum_{k=1}^n \varepsilon_{Cq_k} = \sum_{k=1}^n \alpha_{q_k}$ ,

a skálarugalmasság pedig  $\varepsilon_{QX} = \varepsilon_{CQ}^{-1}$ , vagyis

$$\varepsilon_{QX} = \left[ \sum_{k=1}^n \alpha_{q_k} \right]^{-1}, \quad (24)$$

ami azt jelenti, hogy a méretgazdaságosság dezaggregált és aggregált mutatóit igen egyszerű módon, az elsőfokú output-paraméterek segítségével hozzuk létre.



A kiterjesztési ponton kívül a másodfokú paraméterek megjelenése következtében bonyolultabbá válik a helyzet. Az egyszerűség kedvéért ismét csak a skálargalmasságot közöljük, ami

$$\varepsilon_{QX} = \left[ \sum_{k=1}^n \left\{ q_k^{\lambda_k} \left( \alpha_{qk} + \sum_{i=1}^m \rho_{ik} \ln w_i + \sum_{l=1}^n \delta_{kl} \frac{q_i^{\lambda_l} - 1}{\lambda_l} + \beta_{qk} \frac{T^{\lambda_T} - 1}{\lambda_T} \right) \right\} \right]^{-1}. \quad (25)$$

A költség aggregált output szerinti rugalmassága ennek a reciproka, a költségnek a  $k$ -adik outputra vonatkozó dezaggregált rugalmasságát pedig a  $\{\cdot\}$  zárójelek közötti kifejezés mutatja. A (25) egyenletről világosan látszik, hogy a dezaggregált rugalmasságok az elsőfokú  $\alpha_{qk}$  paraméterekre épülnek, és a másodfokú  $\beta$ ,  $\delta$  és  $\rho$  paraméterek ezeket módosítják. Az is látható, hogy az éves értékek hogyan függenek a logaritmikusan transzformált inputárak ( $\ln w_i$ ), valamint a Box–Cox-transzformált outputk ( $\hat{q}_k$ ) és technológiai változó ( $\bar{T}$ ) nagyságától.

Annak a nullhipotézisnek a tesztelését, hogy a termelési folyamatban nincsen méretgazdaságosság ( $\varepsilon_{QX} = 1$ ), úgy végezzük el, hogy a (25) egyenlet jobb oldali változóira konfidenciaintervallumot alakítunk ki, és megállapítjuk, hogy az  $\varepsilon_{QX} = 1$  érték ezen a konfidenciaintervallumon belül vagy kívül helyezkedik-e el. A gyakorlatban az elemzők néha leegyszerűsítik ezt a feladatot azáltal, hogy a (25) egyenlet helyett a (24) egyenletet használják, vagyis csak a kiterjesztési pontra nézve végzik el a tesztet.

Gyakran használunk *likelihood arány* próbát. A költségfüggvényt olyan módon korlátozzuk, hogy a termelési folyamatban állandó hozadék legyen. Ez a következő korlátok alkalmazása révén valósul meg:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_{qk} = 1; \quad \sum_{k=1}^n \rho_{ik} = \sum_{l=1}^n \delta_{kl} = \sum_{k=1}^n \beta_{qk} = 0; \quad (i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n) \quad (26)$$

A korlátok száma az inputok számától ( $m$ ) és az outputk számától ( $n$ ) függ. Miután a paraméterek *maximum likelihood* becslések, a korlátozott (*restricted*) és a korlátozatlan (*unrestricted*) paraméterek (sorrendben  $\Omega_R$  és  $\Omega_U$ ) becsléseire vonatkozó likelihood függvény felhasználható a  $\lambda = \Omega_R - \Omega_U$  formájú likelihood arány képzésére. Ismeretes, hogy  $-2\lambda$  aszimptotikusan  $\chi^2$  eloszlású (a korlátozó hipotézis igaz volta esetén a független korlátozások számával egyenlő szabadságfokkal). A számított  $-2\lambda$  és a  $\chi^2$  kritikus értékét általában 0,05 (néha 0,01) valószínűségi szinten hasonlítjuk össze. A nullhipotézist nem lehet elutasítani, ha a kritikus  $\chi^2$  érték szignifikánsan kisebb, mint a számított  $-2\lambda$ , a nullhipotézist pedig elutasítjuk, ha a kritikus  $\chi^2$  érték szignifikánsan nagyobb, mint a számított  $-2\lambda$ .

### Output-specifikus méretgazdaságosság

Azok a költségfüggvények, amelyekben az outputváltozók logaritmikus transzformációi szerepelnek, nem alkalmasak az output-specifikus méretgazdaságosság vizsgálatára. Az output-specifikus méretgazdaságosság mutatóját a (9) egyenletben mutattuk be. Ennek a mutatónak része az output-specifikus különbözeti költség ( $IC$ ), amelyet – mint ez a (7) egyenletből látható – olyan feltételezés mellett számítunk ki, hogy a vizsgált outputot nem termelik. A volumen logaritmusában azonban nulla volumenre nem értelmezhető. Költségfüggvényeket tehát csak akkor tudunk használni az output-specifikus méretgazdaságosság vizsgálatára, ha az outputok transzformációja vagy lineáris, vagy pedig Box–Cox, vagyis a Box–Cox-transzformáció paramétere  $0 < \lambda \leq 1$ . Hipotézisvizsgálás segítségével állapítjuk meg, hogy ez a feltétel teljesül-e. Box–Cox-transzformáció esetén az output-specifikus méretgazdaságosság mutatója a költségfüggvényből a következőképpen számítható ki:

$$S_k = \frac{\exp[\alpha_0] - \exp\left[\alpha_0 - \frac{\alpha_{qk}}{\lambda_k} + \frac{\delta_{kk}}{2\lambda_k^2}\right]}{\alpha_{qk} \cdot \exp[\alpha_0]} \quad (k = 1, \dots, n). \quad (27)$$

Annak a nullhipotézisnek a tesztelését, hogy a termelési folyamatban nincsen a  $k$ -adik outputra specifikus méretgazdaságosság ( $S_k = 1$ ), itt is a szokásos módon úgy végezzük el, hogy a (27) egyenlet jobb oldali változóira konfidenciaintervallumot alakítunk ki, és megállapítjuk, hogy az  $S_k = 1$  érték ezen a konfidenciaintervallumon belül vagy kívül helyezkedik-e el.

### A MÉRETGAZDASÁGOSSÁG OKAI

A méretgazdaságosságot – amit a csökkenő átlagköltséggel is azonosítunk – kétféle forrásból származó költségmegtakarítások hozzák létre. *Egyrészt* abból, hogy léteznek *fix költségek*, amelyek nem érzékenyek a termelési volumen változásaira, ezért a termelési volumen növekedése esetén egyre kevesebb jut belőlük a termelés egységére. A fix költségek csökkentik a növekvő output átlagköltségét (és növelik a csökkenő output átlagköltségét). Ez igen fontos forrás ott, ahol a termelési folyamatot magas fixköltség-arány jellemzi, mint például a hálózati alapú termelési folyamatokban. *Másrészt* abból is származnak költségmegtakarítások, hogy a termelés *változó költségei* degresszív növekedést mutatnak, vagyis kisebb mértékben növekednek, mint a termelés volumene, ezért a termelés volumenének növekedésével belőlük is egyre kevesebb jut a termelés egységére (és egyre több, ha a termelés volumene csökken). Ellenkező esetben, vagyis progresszív változó költségek esetén viszont méretgazdaságtalanság jön létre a termelési folyamatban.

De miért degresszívek vagy progresszívek a változó költségek? Az okokat sokféleképpen lehet csoportosítani. Megkülönböztethetünk műszaki, szervezeti-menedzseri és kiegészítő okokat, de csoportosíthatjuk az okokat aszerint is, hogy az inputok és/vagy az outputok melyik kategóriáival kapcsolatosak. Inputspecifikus okok létezhetnek bármely inputtal kapcsolatban. Különösen fontosak azok, amelyek a tőke- és a munkainputok oldalán jelentkeznek.

A szállítási feladatokat végző (kommunikációs, energiaipari, közlekedési és egyéb) szolgáltatások hálózati alapú termelési folyamatai döntő többségükben normális gazdasági körülmények között méretgazdaságosságot mutatnak. Ez igen jelentős részben az úgynevezett hálózati gazdaságosság léte következtében jön létre. A méretgazdaságosság foka általában magas, mert a magas fix költségekből és az erősen degresszív változó költségekből egyaránt táplálkozik. Hálózatokban a fix költségek magas aránya tipikus jelenség. A degresszív változó költségekkel kapcsolatos hálózati gazdaságosságnak több műszaki oka is van. A legfontosabbak az átviteli kapacitással és a hálózati topológiával függenek össze. Az átviteli kapacitást illetően a jelenség lényege az, hogy a fizikai kapacitás és az output gyorsabban bővül, mint amilyen gyorsan a költsége növekszik. Ennek klasszikus példája még a 19. században keletkezett, amikor a korszerű városi vízművek világszerte kiépültek. Az ekkor kialakult „arany szabály” szerint a csővezeték kapacitása (outputja) a keresztmetszet területével ( $r^2\pi$ ), míg költsége nagyjából a keresztmetszet kerületével ( $2r\pi$ ) megegyező arányban növekszik.<sup>19</sup> A távközlésben ismert jelenség az, hogy a hálózat költsége lassabban nő, mint az előfizetők száma, amely viszont lassabban nő, mint a forgalom. A topológiai érvelés azon alapul, hogy  $n$  térbeli pontot  $n$  növekedésével egyre rövidebb egy pontra jutó teljes átviteli úthossz segítségével lehet funkcionálisan összekötni. Ebben fontos szerepe van az úgynevezett sűrűséggazdaságosságnak (*economies of density*) is, ami abból fakad, hogy ha a megfigyelt vállalatok növekedése során ellátási területük változatlan marad, akkor növekedésük egyben fogyasztói sűrűségük növekedését is jelenti. Ezzel viszont együtt jár a fogyasztói vonalak átlagos hosszának csökkenése, de más költségcsökkentő hatások is létezhetnek.

A szervezeti és irányítási okok tulajdonképpen a technológiai változások kategóriájába tartoznak. Bizonyos korlátokon belül – amíg a vállalat el nem ér bizonyos optimumszinteket – a növekedés lehetővé teszi magasabb képzettségű vezetők alkalmazását és a meglévő vezetők jobb képzését. A szervezet hatékonysága is javulhat hatékonyabb elemzési és irányítási segédeszközök beszerzése és módszerek alkalmazása miatt éppúgy, mint magasabb fokú specializáció és munkamegosztás révén.

<sup>19</sup> Sok más műszaki ok is létezik. Például az acélgyártásban a berendezések méretének növelése során csökken a hővesztés mértéke. Számos olyan kémiai folyamat létezik, amely nagyobb méretekben hatékonyabban zajlik. Nagyobb kapacitású repülőgépeken vagy hajókon kisebb az egy utasra jutó üzemenyag mennyisége.

A tőke- és munkainput oldalán egyaránt fontos az oszthatatlanság jelensége. Ez azt jelenti, hogy földterületből, épületből, gépből, berendezésből és munkából (különösen a szellemi munkás tudásállományából) gyakran szükség van bizonyos nagyobb egység jelenlétére (hálózati alapú termelés esetén például magára a hálózatra is) ahhoz, hogy a termelési folyamat egyáltalán megvalósulhasson. Méretgazdaságosság akkor lép fel, ha a minimálisan szükséges állomány (kapacitás) termelőképessége magasabb, mint amekkora az adott outputok előállításához szükséges. Ilyenkor a termelőképesség bizonyos részeit nem használják ki, az output további növekedése során viszont ennek a már meglévő termelőképességnek, kapacitásnak a jobb hasznosítása okoz méretgazdaságosságot. A kapacitáskihasználás növelésének következményeire a választékgazdaságosság okainak vizsgálata során még visszatérünk.

A munkainput oldalán fontos tényező a tapasztalatszerzés (*learning by doing*), amelyre nagyobb méretű termelési folyamatokban az alkalmazottaknak nagyobb lehetőségei vannak.

A nagyobb méretű termelési folyamatok gyakran intenzívebb endogén kutatás-fejlesztési tevékenységet tesznek lehetővé, aminek méretgazdaságosságot növelő hatásai lehetnek. A nagyobb volumenű és jobb minőségű kutatás-fejlesztés többek között javíthatja az inputok és outputok minőségét, és gyorsíthatja a technológiai fejlődést. Ez utóbbi igen gyakran a fix költségek arányának növekedésével és a változó költségek degresszivitásának a fokozódásával jár.

A vállalat növekedésének azonban vannak hatékonysági korlátai. Bizonyos optimumok túlhaladását követően méretgazdaságtalanság jöhet létre. Ennek következményeként alakul ki a korábban bemutatott hullámvonalú teljes költség-görbe és az  $U$  alakú átlagköltség-görbe. A vállalatok méretével foglalkozó neoklasszikus és tranzakciósköltség-közgazdaságtan egyaránt elemzi a méretgazdaságtalanság jelenségét és okait. A túlságosan nagy méretű, az optimális méretet meghaladó cég esetében a munkainput romló hatékonyságát említik leggyakrabban. Ennek oka lehet a vállalati „atmoszféra” romlása, amelyet számos okra, többek között a túlzott specializációra, a döntéshozók bürokratikus elszigeteltségére, az alkalmazottak korlátozott vagy helytelen ösztönözöttségére, az elkötelezettség romlására vagy hiányára, a túlzott költségű és rossz hatékonyságú kommunikációra és az elidegenedésre vezetnek vissza. Említhetjük még a funkciók szükségtelen duplikálását, a hosszú reakcióidőket, a változással szembeni ellenállást, valamint azt is, hogy hibás menedzseri célok keletkezhetnek a profitmaximalizálás mellett vagy helyett.

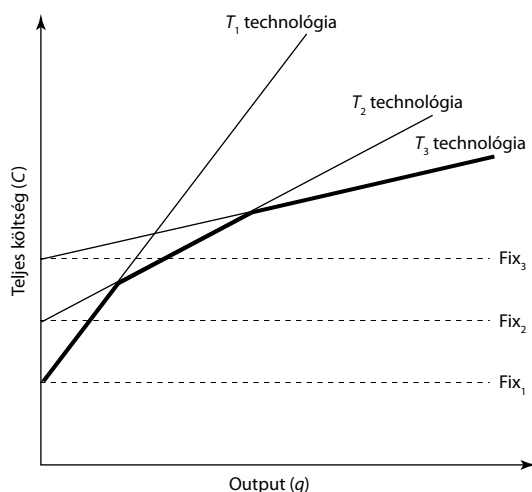
A méretgazdaságosság becsléséről szóló irodalomban gyakran találunk példákat arra, hogy az ökonometriai modellek nem létező méretgazdaságosságot jeleznek. Ilyenkor a méretgazdaságosságra utaló hamis jelzés vagy a változók mérése, vagy pedig a modellek specifikációja és tesztelése során elkövetett hibák következménye lehet. Ha indexmutatókat alkotunk, akkor – mint már említettük – az a veszély fenyeget, hogy az inputokat, outputokat és költségeket olyan tényezők is befolyásol-

ják, amelyek nem tartoznak a méretgazdaságosság fogalomkörébe. Ilyen esetekben a méretgazdaságosság mutatói torzulnak, és előfordulhat, hogy olyan esetekben is méretgazdaságosságot jeleznek, amikor a termelésben valójában nincsen méretgazdaságosság, illetve túlbecsülik a méretgazdaságosság fokát. Természetesen ennek az ellenkezője is előfordulhat, vagyis az, hogy nem jeleznek létező méretgazdaságosságot, illetve alábecsülik a méretgazdaságosság fokát.

Az ökonometriai modellekben alkalmazott változók esetében sokféle mérési probléma állhat elő. Ezek közül a leggyakoribbak és legnagyobb jelentőségűek a tőkeinput volumenével kapcsolatosak. Ugyanis az elemzett vállalatra vonatkozó kapacitáskihasználási adatok hiányában a mérés során nem tudunk különbséget tenni a tőkeállomány és az ennek termelőszolgáltatását jelentő tőkeinput között. Ha megfigyeléseink során, mondjuk időben, növekszik a kapacitáskihasználás, akkor alábecsüljük a tőkeinput növekedési ütemét és ez a hiba hamis méretgazdaságosságot mutathat. Csökkenő kapacitáskihasználás esetén viszont alábecsülhetjük a méretgazdaságosság fokát.

Az is okozhat fantom méretgazdaságosságot, ha nem megfelelően kezeljük ökonometriai modelljeinkben a technológiai változásokat. *Kiss–Lefebvre* [1987] bemutatott egy erre vonatkozó fontos esetet, amelyet a 3. ábrán illusztrálunk. Ha a technológiai fejlődés következtében a termelési folyamatban nő a fix költségek aránya, akkor az egymást követő technológiai változások ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ) során a teljes költség emiatt degresszív formát ölthet akkor is, ha mindegyik technológiát önmagában lineáris változó költség jellemzi. Így az ökonometriai modell a fix költségek miatt ténylegesen meglévőt meghaladó mértékű méretgazdaságot becsül.

A *Kiss–Lefebvre* [1987] tanulmány arra a következtetésre is jutott, hogy az ökonometriai költségmodellekben a technológiai változások következtében előálló költ-



3. ÁBRA • Példa a fantom méretgazdaságosságra

ségmegtakarítások egy része is méretgazdaságossággként jelentkezik, ami a méretgazdaságosság mértékének bizonyos fokú túlbecsüléséhez vezet.

Végezetül azzal is foglalkozunk, hogy mi nem oka a méretgazdaságosságnak! A téma irodalmában gyakori tévedés az, hogy egyes szerzők olyan költségelőnyöket is a méretgazdaságosság okai közé sorolnak, amelyek nem az inputok megtakarítása révén keletkeznek, hanem azáltal, hogy az inputok iránti kereslet növekedésével inputár-engedmények válnak lehetővé, és ezek az árengedmények költségcsökkentő hatásúak. Ugyancsak ide sorolják a pénztőke iránti kereslet növekedésével kapcsolatos kedvezményeket is, például azt, amikor a nagyobb összegű hitel igénylője kamatkedvezményt kap. Itt valóságos költségelőnyökről van ugyan szó, ezek azonban nem sorolhatók a méretgazdaságosság okai közé, mert inputárhatások eredményei. Mint ezt már korábban is hangsúlyoztuk, a méretgazdaságosság a termelés mértékének növekedése következtében létrejövő volumenhatások következménye, nem pedig árhatás.

Kiegészítésként azonban hadd jegyezzük meg, hogy az inputárak csökkenése miatti költségmegtakarítás ugyan nem nevezhető méretgazdaságosságnak abban a termelési folyamatban, amelyben keletkezik, mégis gyakran összefügg a méretgazdaságosság jelenségével – azzal a méretgazdaságossággal, amely az inputok saját termelési folyamataiban létezik. Az történik, hogy az input keresett – ezért megtermelt – mennyiségének növekedése során az input termelési folyamatában csökkennek az egységköltségek, és ez az általános oka az inputár csökkenésének. Végül soron tehát az inputár csökkenése is méretgazdaságosság – csak máshol.

## A VÁLASZTÉKGAZDASÁGOSSÁG FOGALMA

Többtermékes termelési folyamatokban az outputoknak bizonyos választékát termelik. Felmerül a kérdés, hogy miért termelik a különféle outputokat együtt, ahelyett hogy külön-külön, vagyis két vagy több egymástól független, különálló, azaz közös inputokat nem használó egytermékes vagy többtermékes termelési folyamatban termelnék őket. Erre a kérdésre a leggyakrabban az a válasz születik, hogy „mert így olcsóbb” (természetesen számos egyéb ok is létezhet). Ha „így olcsóbb”, vagyis ha olcsóbb többfélét együtt termelni, akkor azt mondjuk, hogy a többtermékes termelési folyamatot választékgazdaságosság jellemzi.<sup>20</sup>

A választékgazdaságosság értelmezhető egyfelől *vállalati* szinten a termelési folyamat egészére nézve, másfelől pedig külön-külön az egyes outputokra is. Kétféle választékgazdaságosság létezik tehát, mégpedig 1. teljes körű (*overall economies of scope*); 2. output-specifikus (*output-specific economies of scope*).

<sup>20</sup> A választékgazdaságosság (*economies of scope*) fogalmát Panzar–Willig [1978–1979] vezette be az irodalomba.

## Teljes körű választékgazdaságosság

Teljes körű választékgazdaságosság létezik, ha valamely közös termelési folyamat (*joint production*)  $n$  outputját olcsóbban közösen termelni, mint külön-külön,  $n$  számú egymástól független, közös inputokat nem használó egytermékes termelési folyamatban. Választékgazdaságosság tehát akkor létezik, amikor megvalósul a következő egyenlőtlenség:

$$C(q_1, \dots, q_n) < C(q_1, 0, \dots) + C(0, q_2, 0, \dots) + C(0, \dots, 0, q_{n-1}, 0) + C(0, \dots, 0, q_n), (q_1, q_2, \dots, q_n) > 0. \quad (28)$$

Látható, hogy a méretgazdaságossághoz hasonlóan a választékgazdaságosság is költségmegtakarítást jelent, amely itt is annak a következménye, hogy az outputok volumeneinek változásai miatt csökken az outputok egységére jutó inputok volumene. A volumenváltozás azonban a jelen esetben a különféle outputok közös termelése. Az outputvolumennel kapcsolatban nem azt vizsgáljuk, hogy növekszik-e, vagy csökken, hanem azt, hogy létezik-e, vagy sem, vagyis hogy van-e valamilyen pozitív nagysága vagy nincs (azaz nulla volumenű). A méretgazdaságosság tárgyalásakor megismert duális terminológiánk a választékgazdaságosságra is érvényesíthető, az egyszerűség kedvéért azonban a választékgazdaságosság mérését, becslését és elemzését a továbbiakban csak a költségelemzési terminológia segítségével végezzük el. Ez az egyszerűsítés nem jelent veszteséget, egyrészt azért, mert a költségelemzés eszköztára alkalmasabb a feladat elvégzésére, mint a termelékenységelemzésé, másrészt pedig azért, mert az irodalomban sem találunk példát a választékgazdaságosságnak a termelékenységelemzési terminológia, azaz a relatív volumenváltozások segítségével végzett kezelésére.

A teljes körű választékgazdaságosság által jelzett költségmegtakarítás vizsgálatahoz a (28) egyenlőtlenség alapján igen egyszerű tesztmutatót tudunk kialakítani. Ha a közös termelés (*joint production*) költségét  $C_j$ -vel, a külön-külön egytermékes termelési folyamatokban történő termelés (*independent production*) költségét pedig  $C_i$ -vel jelöljük, akkor  $n$  output termelése esetén a következő mutató írható fel:

$$\Delta C = C_j - \sum_{i=1}^n C_i. \quad (29)$$

A mutató háromféle következtetés levonására ad alkalmat a vizsgált többtermékes termelési folyamatot illetően:

- választékgazdaságosság létezik, ha  $\Delta C < 0$
- sem választékgazdaságosság, sem választékgazdaságtalanság nem létezik, ha  $\Delta C = 0$
- választékgazdaságtalanság létezik, ha  $\Delta C > 0$

A mutatót alkalmassá tehetjük a választékgazdaságosság *fokának* a kifejezésére is, ha a költségmegtakarítást a közös termelés költségéhez viszonyítjuk, azaz

$$SC = \frac{C_J - \sum_{i=1}^n C_i}{C_J}. \quad (30)$$

A teljes körű választékgazdaságosság gyakorlati jelentősége két ok miatt is igen alacsony. Először, a vállalati gyakorlatban csak nagyon ritkán, egészen különleges esetekben fordul elő, hogy arról kell dönteni, vajon célszerű-e a többtermékes termelési folyamatot minden termék külön-külön egytermékes termelési folyamataira bontani szét. A választékgazdaságossági vizsgálat tehát nem szolgál döntés-előkészítési célokat, hanem legfeljebb a többtermékes termelési folyamat költségviszonyait jellemezheti. Másodszor, ez sem lehet, mert a mutató a gyakorlatban kiszámíthatatlan. Ennek a megvilágítása céljából térjünk vissza a (28) egyenlőtlenséghez. Ami rendelkezésünkre áll, az a többtermékes közös termelési folyamat költségmodellje, a (28) egyenlőtlenség bal oldala. A jobb oldali külön-külön termelések nem léteznek, költségeik sem léteznek, hanem költségeiket a közös termelési folyamat költségeinek becsült tulajdonságai alapján származtatjuk. Most azt nézzük meg, hogy ez a származtatás hogyan történik, illetve hogy miért mond csődöt!

A költségfüggvény  $n$  output esetén minden  $n$ -dimenziós outputponthoz (minden lehetséges output-kombinációhoz) becsül egy költségpontot. A költségpontok folyamatos költségfelületet alkotnak. A költségfelület görbületei határozzák meg a belső gazdaságosságok létét és mértékét. Statisztikai és közgazdasági szempontból is érvényes költségmodell esetében a költségpontok ésszerűek, reálisak, és ezért gyakorlati célokra megbízhatók lesznek minden olyan outputpontra nézve, amelyre rendelkezünk tényadatokkal. Végül is a költségmodellünk nem tett mást, mint azt, hogy a költség tényadataiból kiszűrte az inputárváltozások hatásait, valamint eltávolított egy véletlen hibát. Ha a tényadatokkal lefedett outputtértől eltávolodunk, akkor csökken a költségbecslések megbízhatósága – minél jobban eltávolodunk a tényadatoktól, annál nagyobb mértékben.

A költségbecslések megbízhatóságát a becsült költségpontok köré szerkesztett konfidenciaintervallum segítségével fejezzük ki. A konfidenciaintervallum azt mutatja, hogy valamely adott becsült költségtől plusz-mínusz milyen távolságon belül található mondjuk 95 vagy 99 százalékos valószínűséggel az a költség, amelyet becsülünk. Ha az intervallum keskeny, akkor a becslés „éles” olyan értelemben, hogy a valóságos érték közel lesz hozzá. Ha azonban a tényadatoktól távol lévő outputpontokra kívánunk költséget becsülni, akkor becslésünk „életlen” lesz, mert nagy valószínűséggel csak azt állapíthatjuk meg, hogy a valóságos költség akárhol lehet a szétnyíló konfidenciaintervallum által jelzett igen széles sávban. Használhatatlan az a becslés, amely azt mondja ki, hogy a költség lehet akkora, amennyit becsültünk, de lehet mondjuk annak a háromszorosa vagy az egyharmada is.



Mindez úgy függ össze a (28) egyenlőtlenséggel, hogy annak jobb oldalán csupa olyan feltételezést találunk, amely szerint minden output volumene nulla, kivéve azét, amit éppen vizsgálunk. Az ilyen outputpont a lehető legmesszebb van a tényektől, ezért a rá vonatkozó költségbecslés teljességgel megbízhatatlan. A tesztelés során a közös termelés költségének megbízható becslését  $n$  teljességgel megbízhatatlan költségbecslés összegéhez hasonlítjuk. Emiatt tartjuk a tesztet elvégezhetetlennek.

### Output-specifikus választékgazdaságosság

Van a választékgazdaságosságnak output-specifikus esete is. Ez akkor áll elő, amikor olcsóbb valamely adott outputot más outputokkal közösen termelni, mint önmagában, önálló egytermékes termelési folyamat keretében. A teljes körű választékgazdaságossággal való könnyebb összehasonlítás kedvéért ezt is felírjuk valamely  $q_k$  outputra nézve a (31) egyenlőtlenség segítségével:

$$C(q_1, \dots, q_n) < C(q_1, \dots, q_{k-1}, 0, q_{k+1}, \dots, q_n) + C(0, \dots, 0, q_k, 0, \dots, 0), \\ (q_1, q_2, \dots, q_n) > 0. \quad (31)$$

A választékgazdaságosság fokának mutatója ebben az esetben:

$$SC_k = \frac{C_J - C_{J-k} - C_k}{C_J}, \quad (32)$$

ahol  $C_J$  a közös termelés költsége,  $C_{J-k}$  annak a közös termelési folyamatnak a költsége, amelyben minden outputot termelnek a  $q_k$  output kivételével,  $C_k$  pedig a  $q_k$  output külön, egytermékes termelési folyamatban történő termelésének a költsége.<sup>21</sup>

Az output-specifikus választékgazdaságosságnak meglehetősen nagy a gyakorlati jelentősége, mert gyakran jelenik meg menedzseri döntések szempontjaként. A vállalatok életében sok olyan helyzet lehetséges – például specializáció vagy diverzifikálás során, vagy új termékek és technológiák bevezetése esetén –, amikor felmerül a kérdés, hogy valamely outputot vagy outputokat más outputokkal együtt vagy azoktól függetlenül célszerűbb-e előállítani. Az output-specifikus választékgazdaságosság néha fontos gazdaságpolitikai és szabályozási kérdések kapcsán is felmerül. Például a távközlési szolgáltatási piacok liberalizálása során az egyik fontos korai téma az volt, hogy vajon gazdaságos belépés-e a specializált bérelt vonali szolgáltatók megjelenése a liberalizált piacokon. Alkalmazhatóságát illetően tehát az output-specifikus választékgazdaságosság fontos, tesztelhetőségét illetően azonban

<sup>21</sup> Megjegyezzük, hogy két termék esetén a teljes körű és az output-specifikus választékgazdaságosság fogalma egybeesik.

súlyos nehézségek léteznek. Ezeket külön nem tárgyaljuk, mert természetükre nézve ugyanolyanok, mint a teljes körű választékgazdaságosság kapcsán említettek, vagyis amiatt léteznek, hogy a (32) egyenletben szereplő  $C_{j-k}$  és  $C_k$  költség becslése „életlen”, ezért a mutató megbízhatatlan. A probléma nem annyira súlyos, mint a teljes körű választékgazdaságosság esetén, de eléggé súlyos ahhoz, hogy kételkedjünk a mutató gyakorlati használhatóságában.

### Költségkomplementaritás

A választékgazdaságosság eddig tárgyalt tesztjeivel kapcsolatos nehézségek miatt az elemzők figyelme a választékgazdaságosság egy elégséges helyi tesztje felé fordult. A közös termelés költségelőnye ugyanis abban is megnyilvánulhat, hogy valamely output volumenének növekedése következtében csökkennek valamely másik outputnak a költségei.<sup>22</sup> A költségfüggvény lehetőséget nyújt ilyen hatások feltárására, ugyanis a költségnek valamely outputpárra vonatkozó második deriváltja (a keresztderivált) éppen azt mutatja meg, hogy milyen összefüggés van egyikük volumene és másikuk határkölsége között. Ez a második derivált alkalmas arra, hogy tesztként funkcionáljon, például valamely  $k$  és  $l$  outputpárra nézve:

$$CC_{kl} = \frac{\partial^2 C}{\partial q_k \partial q_l} \quad (k, l = 1, \dots, n) \quad i \neq j. \quad (33)$$

Helyi választékgazdaságosság létezik a  $q_k$  és a  $q_l$  között, ha  $CC_{kl} < 0$ ; helyi választékgazdaságtalanság létezik, ha  $CC_{kl} > 0$ ; végül pedig az outputok egymástól függetlenek olyan értelemben, hogy nem hatnak egymás költségeire, ha  $CC_{kl} = 0$ .

### A VÁLASZTÉKGAZDASÁGOSSÁG PARAMETRIKUS BECSLÉSE

Azok a költségfüggvények, amelyekben az outputváltozók logaritmikus transzformációi szerepelnek, nemcsak az output-specifikus méretgazdaságosság vizsgálatára nem alkalmasak, de a választékgazdaságosság vizsgálatára sem, mert logaritmikus transzformáció esetén a nulla outputvolumenek nem értelmezhetők. A (20) egyenletben közölt általánosított transzlog függvény segítségével azonban formailag lehetséges, noha – mint ezt már jeleztük – gyakorlati haszna szempontjából elhanyagolható jelentőségű a választékgazdaságosság becslése. A teszt elvégezhetetlensége

<sup>22</sup> Illetve ha volumenének csökkenése a másik output határkölségének a növekedését váltja ki.

<sup>23</sup> A mutató szimmetrikus, vagyis  $CC_{kl} = CC_{lk}$ , tehát ha az egyik output volumene hat a másik output határkölségére, akkor a másik output volumene is hat az egyik output határkölségére.

miatt nem mutatjuk be a teljes körű választékgazdaságosság mértékének becslését, és csak az output-specifikus választékgazdaságossággal foglalkozunk. Ennek teszt-statisztikája a (20) egyenlet költségfüggvényéből a  $k$ -adik outputra nézve a következőképpen származtatható:

$$SC_k = \frac{\exp\left[\alpha_0 - \frac{\alpha_{qk}}{\lambda_k} + \frac{1}{2} \frac{\delta_{kk}}{\lambda_k^2}\right] + \exp\left[\alpha_0 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{\alpha_{qi}}{\lambda_i} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \frac{\delta_{ij}}{\lambda_i \lambda_j}\right] - \exp[\alpha_0]}{\exp[\alpha_0]} \quad (34)$$

A skálarugalmasság becsléséhez hasonlóan az output-specifikus választékgazdaságosság tesztelését is egyszerűsítjük, és csak a függvény kiterjesztési pontjára vonatkoztatva végezzük el.

A költségkomplementaritásnak a kiterjesztési pontra vonatkozó becslése a (35) egyszerű képlet szerint történik:

$$CC_{kl} = \alpha_{qk} \alpha_{ql} + \delta_{kl} \quad (35)$$

A kiterjesztési ponttól különböző megfigyelések (például évek) esetében bonyolultabbá válik a becslés. Az általánosított transzlog költségfüggvényből a következő statisztikát nyerhetjük:

$$CC_{kl} = \frac{C}{q_k q_l} \left[ \frac{\partial \ln C}{\partial \ln q_k} \frac{\partial \ln C}{\partial \ln q_l} + \delta_{kl} q_k^{\lambda_k} q_l^{\lambda_l} \right]. \quad (36)$$

## A VÁLASZTÉKGAZDASÁGOSSÁG OKAI

A különféle outputok közös termelése a termelési tényezők egy részének közös használata miatt lehet olcsóbb. A közös termelési tényezők képesek egyidejűleg részt venni két vagy több output termelési folyamatában, és részvételük során output-specifikus termelőszolgáltatásokat nyújtanak. Ezeket output-specifikus inputoknak vagy közös inputoknak (*common inputs*) nevezi a szakirodalom. A közös inputok következtében kialakult helyzet megértéséhez szükség van arra, hogy két alapfogalmat megvizsgáljunk, és újra értelmezzük. Az egyik a termelési tényező kapacitásának kihasználása, a másik pedig annak oszthatatlansága. Mindkettőről esett már szó a méretgazdaságosság kapcsán.

Kapacitásról tipikusan olyan termelési tényezők esetén beszélünk, amelyeknek bizonyos *állománya* van jelen a termelési folyamatban, mégpedig több termelési cikluson keresztül. A termelésben jelen lévő minimálisan szükséges állomány a kapacitás. Állományai vannak a tartós fizikai tőkejavaknak, mint például az épületek,

gépek, berendezések; a szellemi munkásnak pedig tudásállománya van.<sup>24</sup> Egy-egy termelési ciklus során a termelési tényezőknek ezek az állományai *termelőszolgáltatásokat* nyújtanak valamely output termeléséhez. A termelőszolgáltatásokat két névvel is illetjük: műszaki szempontból kihasznált kapacitásnak, közgazdasági értelemben pedig inputoknak nevezzük őket. A méretgazdaságosság tárgyalása során az inputot (a kihasznált kapacitást) valamely adott outputra vonatkoztattuk, és azt vizsgáltuk, hogy milyen viszony létezik az output volumenének változása és a kapacitás nagysága, valamint kihasználtsági foka között. Ha azonban a termelési tényező két vagy több output termeléséhez is nyújt termelőszolgáltatásokat, azaz inputokat, akkor egy-egy tényezőnek egyidejűleg két vagy többféle *output-specifikus* inputja (kapacitáskihasználása) is létezik.

A termelési tényező ekkor nemcsak olyan értelemben oszthatatlan, hogy nem lehet olyan apró részekre szabdalni, amelyeknek a termelési folyamathoz való hozzáadása az output volumenét csak egy fizikai mértékegységgel növelné. Úgy is oszthatatlan, hogy a termelési tényező minimálisan szükséges állománya által szolgáltatott output-specifikus inputok nem választhatók szét. Ha változik az állomány, akkor valamennyi output-specifikus input szolgáltatásának a képessége egyidejűleg és egymástól elválaszthatatlanul változik, függetlenül attól, hogy melyik képességet mennyire használják ki a különféle outputok termelésére.

Az output-specifikus inputok közötti kapcsolatok igen változatosak lehetnek. Megeshet, hogy valamely termelési tényező kapacitása valamely output esetében teljesen ki van használva (vagyis az általa termelt output volumenének növelése csak akkor valósítható meg, ha a tényező állományának nagysága is növekszik), más – egyidejűleg termelt – outputok esetében azonban a kapacitás kihasználtsága alacsony fokú. Ha pedig az illető termelési tényező olyan outputot is képes lenne termelni, amelyet (technológiai vagy piaci okok miatt) nem termelnek, akkor e tekintetben a kapacitáskihasználtság foka nulla. Ugyanannak a termelési tényezőnek, állományának tehát egyidejűleg lehetnek különféle fokú *fölösleges* output-specifikus kapacitásai. Amikor az inputok több output közös termelése során a termelési folyamatban jelen lévő, de teljesen ki nem használt – *fölösleges* – kapacitások kihasználtsági fokának a növelése formájában jönnek létre, akkor ezeknek az inputoknak a költségei alacsonyak, sőt nulla értékűek is lehetnek. Költségmegtakarítások jönnek létre,

<sup>24</sup> Választékgazdaságosságot nemcsak az állománnyal rendelkező termelési tényezők képesek létrehozni, hanem olyanok is – például az anyaginput –, amelyek egy-egy termelési ciklus keretében teljesen elhasználódnak. Példaként a vegyipar különféle termelési folyamatai említhetők. Vegyük például a nitrogénműtrágyát, amelyet a levegő nitrogénjéből történő kivonás által állítanak elő. A feldolgozott levegő más molekuláit, például annak oxigénjét visszaengedik a levegőbe. Ha azonban a nitrogénműtrágya termelési folyamatát az oxigéngyártás termelési folyamatával egyesítik, akkor a közös termelésben az addig fel nem használt anyaginputot, a szabadon bocsátott oxigént hasznosítva érnek el választékgazdaságosságot, ha a nitrogénműtrágyával közösen termelt oxigén termelési költsége alacsonyabb, mint az önálló gyártási folyamatban előállítható oxigéné.

amikor valamely output termelése vagy volumenének növelése nem teszi szükségessé egyes termelési tényezők állományának növelését, de akkor is, amikor a valamelyik output termelése vagy volumenének növelése érdekében megnövelt tényezőállomány újabb kapacitásokat bocsát más outputok termelési folyamatának a rendelkezésére. Ennek eredményeként például más outputok határkölsége csökkenhet. Ezek a költségmegtakarítások hozzák létre a választékgazdaságosság jelenségét.

Választékgazdaságosságról tehát akkor beszélünk, ha a közös termelés révén egyes output-specifikus inputok volumeneit az őket szolgáltató termelési tényezők állománya növelése nélkül is lehet növelni. Ehhez a megállapításhoz azonban két fontos kiegészítést szükséges fűzni. Először is azt kell leszögeznünk, hogy a jelenség amiatt jön létre, hogy az egyes outputok termeléséhez szükséges termelési tényezők biztosítása során a más outputok termeléséhez szükséges inputok lehetőségei – a *főlősleges output-specifikus kapacitások* – is létrejönnek, amelyeket költségmentesen vagy alacsony költség mellett lehet kihasználni. A főlősleges kapacitások kihasználása hozza létre a választékgazdaságosságot. Másodszor a fogalom tovább általánosítható. Nemcsak akkor jön létre választékgazdaságosság, ha a szóban forgó termelési tényezők állományát nem növelik, hanem akkor is, ha kevésbé növelik, mint amilyen mértékben növelésük egy külön termelési folyamatban lenne szükséges. Ez utóbbi megállapítást *Panzar–Willig* [1981] úgy fejezte ki, hogy az output-specifikus költségek szubadditívak.<sup>25</sup>

Azok a szolgáltatások, amelyek piacai szabályozottak, általában hálózati alapú termelési folyamatban jönnek létre. Maga a hálózat olyan termelési tényező – pontosabban a termelési tényezőknek olyan összessége –, amely sokféle, a különféle szolgáltatások közös termelése révén kihasználható és költségmegtakarításokat lehetővé tevő *főlősleges output-specifikus kapacitásokkal* rendelkezik. A költségmegtakarítások nagyrészt – de korántsem teljes mértékben – a fix költségek oldalán keletkeznek. A fix költségek jelentős része ugyanis nemcsak akkor konstans, ha változik a szolgáltatások volumene, hanem akkor is, ha változik a hálózat segítségével termelt szolgáltatások száma. Példaként érdemes az infokommunikációs hálózatokra – különösen az internetre – hivatkozni, mert ezek a hálózatok termelik a szolgáltatások legnépesebb sokaságait. Az interneten gyakorlatilag végtelen számú szolgáltatás termelése folyik.

A fixköltség-megtakarítás helyei egyaránt lehetnek a hálózat csomópontjai és a csomópontokat összekötő átviteli vonalak is. Ha például valamilyen új szolgáltatás új csomóponti berendezések telepítését teszi szükségessé, akkor az új berendezések nem, vagy csak kismértékben változtatják meg a meglévő csomóponti infrastruktúrát, azaz a csomóponti költségek zöme fix, aminek következtében a teljes csomó-

<sup>25</sup> "Whenever the costs of providing the services of the sharable input to two or more product lines are subadditive (i.e., less than the total costs of providing these services for each product line separately), the multiproduct cost function exhibits economies of scope." (*Panzar–Willig* [1981] 268. o.)

ponti költség csak mérsékelten növekszik. Ezzel szemben az új szolgáltatás önálló termelési folyamatban történő termelése új csomópontok, azaz teljes új csomóponti infrastruktúra kialakítását tenné szükségessé.

Hasonló jelenségek játszódnak le az átviteli berendezések kapcsán is. Például a több infokommunikációs szolgáltatás miatt jelentkező forgalmi többlet nem igényel átviteli többletkapacitást akkor, ha olyan időszakokban jelentkeznek, amikor az átviteli kapacitások nincsenek teljesen kihasználva, és elegendő fölösleges kapacitás létezik. Közismert, hogy a telefonhálózaton bonyolódó adatkommunikációs forgalmak sok esetben a beszélgetési csúcsidőkön kívül – különösen az éjszakai órákban – zajlanak. Még a beszélgetési csúcsidőkben is akad azonban fölösleges kapacitás. Ezt illusztrálja az amerikai GTE által még az 1980-as években bevezetett „bursty” adatkommunikációs szolgáltatás. Megfigyelték, hogy a normális beszéd-kommunikáció (telefonhívás) idejének nagyobb részét a szavak és mondatok közötti szünetek adják. Az adatkommunikációs szolgáltatás ezeket a szüneteket töltötte ki keskenysávú adatforgalommal, vagyis a beszédforgalmon belüli fölösleges kapacitást hasznosította, aminek következtében az összforgalom mennyisége nagymértékben megnőhetett anélkül, hogy szükség lett volna az átviteli kapacitás növelésére. Hasonló, de sokkal nagyobb jelentőségű jelenség zajlik a multiplexelés során, amikor is különböző átviteli csatornák adatáramait úgy kombinálják, hogy az átviteli kapacitásra vonatkozó igény vagy nem, vagy pedig a forgalomnál jóval alacsonyabb ütemben növekszik.

## A KÖLTSÉG-SZUBADDITIVITÁS FOGALMA

A költség-szubadditivitás nem belső gazdaságosság, hanem a belső gazdaságosságnak az eredménye. Akkor létezik, ha a valamely piacot ellátó – illetve a piac szempontjából releváns – output-kombinációkat olcsóbb egyetlen (nevezzük monopolistának!) termelési folyamatban megtermelni, mint két vagy több (természetszerűen egymással versenyző) termelő által, azok bármilyen piaci részesedései mellett. A releváns outputsáv meghatározása az elemzés céljától függ. Ha csak egy adott piac adott állapotára kívánjuk vonatkoztatni az eredményeinket, akkor relevánsnak a piaci tényadatok sávját tekintjük. A releváns sáv azonban általában ennél szélesebb. Az elemzőt ugyanis nemcsak az érdekli, hogy valamely adott nagyságú piacot hogyan lehet a legkisebb költséggel ellátni, hanem az is, hogy mi történik, ha a piacon keresett mennyiségek növekednek, sőt az is, hogy mi történik a piac szűkülése esetén. Egy-egy adott esetben a releváns outputsáv terjedhet mondjuk a tényleges piaci kereslet minimumának a felétől maximumának a két-háromszorosáig. Ennél szélesebb sáv nem használható, mert leggyakrabban úgy gondoljuk, hogy mire a piacnagyság a három-négyszeresére növekszik, addigra minden bizonnyal megváltozik a technológia, és ezért a termelési folyamat modellezését is újból el kell majd végezni.

Az irodalomba a költség-szubadditivitás mint az úgynevezett természetes monopólium definíciója és kritériuma vonult be.<sup>26</sup> Ha a technológiát költség-szubadditivitás jellemzi, vagyis a piacot a monopólium – pontosabban egyetlen közös termelési folyamat – képes a legolcsóbban ellátni termékkel vagy szolgáltatással, akkor a monopólium „természetes”.

Tételezzük fel, hogy létezik egy monopólium, amely a  $q_1, q_2, \dots, q_m$  outputvektort termeli, és ezzel ellát egy piacot. Összes termelési költsége

$$C_M = c_M(q_1, q_2, \dots, q_m). \quad (37)$$

Ugyanennek a piacnak az ellátása érdekében ugyanezeket az outputokat ugyanilyen mennyiségekben képes előállítani egymással versengő  $n$  számú szolgáltató. Ezek termelési költségei a következők:

$$\begin{aligned} C_1 &= c_1(a_{11}q_1, a_{12}q_2, \dots, a_{1m}q_m) \\ C_2 &= c_2(a_{21}q_1, a_{22}q_2, \dots, a_{2m}q_m) \\ &\dots \\ &\dots \\ C_n &= c_n(a_{n1}q_1, a_{n2}q_2, \dots, a_{nm}q_m), \end{aligned} \quad (38)$$

ahol az  $a$  együtthatók az egyes szolgáltatóknak az egyes outputok iránti összes piaci keresletben való részesedéseit jelzik, vagyis

$$\sum_{i=1}^n a_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i2} = \dots = \sum_{i=1}^n a_{im} = 1. \quad (39)$$

A monopólium és a versenyző szolgáltatók költségeinek az összehasonlítása a következő eredményekkel járhat.

- Költség-szubadditivitás létezik, ha minden lehetséges  $\Sigma C_i$ -re vonatkozóan igaz az, hogy  $C_M < \Sigma C_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Ilyen esetben a monopólium természetes, azaz gazdaságos, mert a piacot a legolcsóbban képes ellátni.
- Költség-szuperadditivitás létezik, ha van legalább egy olyan  $\Sigma C_i$ , amelyre vonatkozóan igaz az, hogy  $C_M > \Sigma C_i$ . Ilyen esetben a monopólium nem természetes, mert létezik olyan versenyzői kínálat, amelyik olcsóbb a monopóliumnál.

<sup>26</sup> Az egytermékes természetes monopólium kritériuma a méretgazdaságosság. Belátható, hogy a méretgazdaságosság mint kritérium nem más, mint a költség-szubadditivitás speciális esete, mint ahogy az egytermékes természetes monopólium sem más, mint a többtermékes természetes monopólium speciális esete.

- Költségadditivitás létezik, ha van legalább egy olyan  $\Sigma C_j$ , amelyre vonatkozóan igaz az, hogy  $C_M = \Sigma C_j$ . Ilyen esetben a monopólium nem természetes, még akkor sem, ha minden más  $\Sigma C_i$ -re vonatkozóan igaz az, hogy  $C_M < \Sigma C_i$  ( $i = 1, \dots, n; i \neq j$ ), mert egyenlő költségek esetén a versenyt preferáljuk a monopóliummal szemben.

Az eddig tárgyalt gazdaságossági fogalmakhoz hasonlóan a szubadditivitás is felfogható helyi és globális értelemben. A helyi szubadditivitás a piaci keresletet képviselő  $q_1, q_2, \dots, q_m$  vektorok valamely meghatározott releváns sávján belül – azaz helyileg – valósul meg. Gyakorlati szempontból a helyi szubadditivitásnak van jelentősége, hiszen az elemző számára kevésbé érdekes annak kiderítése, hogy milyen költségviszonyok léteznének irreleváns piacokon. Előfordulhat azonban, hogy a költségfüggvény becslt paraméterei olyan értékeket vesznek fel, amelyek garantálják, hogy a becslt költségek szubadditivitása minden lehetséges outputvektor mellett megvalósul. Ez bekövetkezhet, amikor a becslt költségfelület görbületei olyanok, hogy az  $n$  dimenziós outputsugarak mentén becslt teljes költség az outputok növekedése esetén degresszív, a sugarak közötti költségfelület pedig konvex. Ilyen esetekben a szubadditivitást globálisnak nevezzük azzal a megjegyzéssel, hogy ekkor is csak a helyileg értelmezett eredménynek van jelentősége. A releváns outputsávon kívül értelmezett eredmények egyfelől gyakorlati szempontból értéktelenek, másfelől a becslések korábban is említett „életlensége” folytán megbízhatatlanok.

A költség globális szubadditivitása nem más, mint a többtermékes természetes monopólium definíciója, azaz a több terméket/szolgáltatást kínáló termelő/szolgáltató akkor tekintendő természetes monopóliumnak, ha költségfüggvénye globálisan szubadditív. A globális szubadditivitás a természetes monopólium elégséges feltétele. Hogy vajon szükséges feltétele-e, arról hosszú ideje vita folyik, ennek a vitának az ismertetése azonban most nem tartozik a feladataink közé.

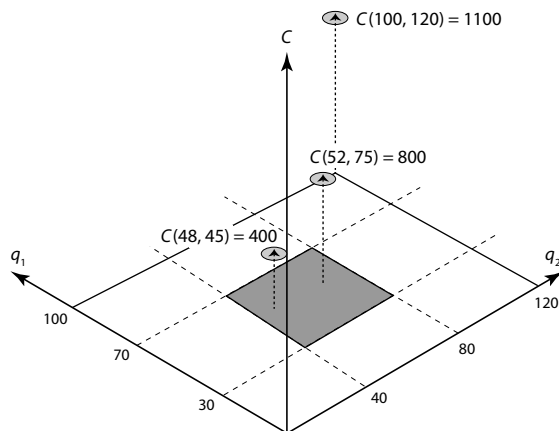
A költség helyi szubadditivitása helyileg, vagyis az outputok releváns sávjában a természetes monopólium szükséges és elégséges feltétele, a globális természetes monopóliumnak pedig szükséges, de nem elégséges feltétele.

## A KÖLTSÉG-SZUBADDITIVITÁS PARAMETRIKUS BECSLÉSE

Hogyan történik a szubadditivitás *fokának* a mérése? A következőkben olyan stilizált számszerű példát mutatunk be, amelyben a piac  $q_1 = 100$  és  $q_2 = 120$  volumennű termékkombinációt keres, és az ennyit kínáló monopólium termelési költsége  $C(100, 120) = 1100$ . A kérdés az, hogy létezik-e két vagy több szolgáltató olyan kombinációja, amely a monopóliumnál olcsóbban termelné a szolgáltatások e volumeneit. Az ábrázolhatóság érdekében egyszerűsítsük le az illusztrációt két szolgáltatóra! Nevezzük őket *a*-nak és *b*-nek! Állapítsuk meg továbbá, hogy  $q_1 = 30$ -nál és  $q_2 = 40$ -nél kisebb volumenre nincs megbízható költségbecslésünk, ezért tételezzük fel, hogy



ezeknél a volumeneknél kevesebbet egyetlen szolgáltató sem termel! Mindazokhoz a  $(q_1, q_2)$  kombinációkhoz keressük a költségbecsléseket, amelyek  $q_{1a} + q_{1b} = 100$  és  $q_{2a} + q_{2b} = 120$  összegűek, miközben  $q_{1a} > 30$  és  $q_{1b} > 30$ , továbbá  $q_{2a} > 40$  és  $q_{2b} > 40$ . A 4. ábra mutatja a  $(q_1, q_2)$  outputsíknak azt a négyszögét, amelyen belül az összes output-kombináció költségadatára szükségünk van ahhoz, hogy megválasszunk a kérdést. Ez a releváns output-kombinációk helye. Az ábrán csak egy outputpárt mutatunk be. Az egyik  $(48, 45)$ , a másik pedig  $(52, 75)$ , a költségfüggvény által becsült költségfelületnek e pontok felett elhelyezkedő értékei, azaz a két output-kombináció becsült költségei legyenek:  $C(48, 45) = 400$  és  $C(52, 75) = 800$ .<sup>27</sup>



4. ÁBRA • A parametrikus becslés illusztrációja

Ezekből az eredményekből a szubadditivitás mértékét kifejező következő mutató készíthető:

$$SUB = \frac{1100 - (400 + 800)}{1100} = -0,091. \quad (40)$$

A szakmai zsargonban ez az eredmény 9,1 százalékos szubadditivitássá egyszerűsödött, mert az összes outputnak egyetlen többtermékes termelési folyamatban történő termelése révén elért költségmegtakarítás e termelési folyamat teljes költségének a 9,1 százalékával egyenlő. Ha a négyszög összes lehetséges pontpárjára

<sup>27</sup> Mindig becsült (és nem tényleges) költségeket használunk, hiszen 1. minden számba jöhető output-kombinációt ténylegesen nem termelnek, tehát nincs hozzájuk tényleges költségadat; 2. a különféle megtermelt kombinációkat esetleg eltérő inputárak és technológiai feltételek mellett termelik, ezért megfigyelt költségadatok használata esetén nem lehet biztosítani az egyéb tényezők költségátlóságának kiszűrését.

nézve negatív az eredmény, akkor a (100, 120) output-kombinációra vonatkozóan a monopólium a duopóliumhoz képest természetes, mert olcsóbban termel. Ha ugyancsak negatív az eredmény, három, négy stb. termelő együttes kínálatának minden lehetséges kombinációja esetén, akkor a monopólium helyileg a (100, 120) output-kombinációra természetes.

Amit itt leírtunk, az becsült költségeken alapuló helyi teszt, amely rendkívül hosszadalmas is lehet a kombinációk nagy száma miatt, de megvalósítható. Ugyanez a teszt azonban alkalmatlan arra, hogy segítségével a globális szubaditivitást vizsgáljuk, hiszen ott nem egy vagy néhány, hanem az összes lehetséges monopolista output-kombináció összes lehetséges versenykombinációjának az egyedi előállítására és értékelésére lenne szükség, ami az outputok fizikai oszthatóságától függ, és igen nagy szám, sőt végtelen is lehet.

### EMPIRIKUS BIZONYÍTÉKOK

Vizsgálatunk következő tárgya az, hogy vajon azok az ökonometriai modellek, amelyek paramétereit különböző országok vállalatainak és gazdasági szektorainak a tényadatai segítségével becsülték, kimutattak-e belső gazdaságosságot a vizsgált termelési folyamatokban. Mint említettük, az empirikus (azaz tényadatokat használó) ökonometriai modellek túlnyomórészt költségfüggvényeket tartalmaznak. Ezek eredményeit vizsgáljuk.

Az elmúlt negyedszázad empirikus világirodalma könyvtárnyi terjedelmű. Beható ismertetésére vagy akár csak rendszerezett összefoglalására a jelen írás szűkös keretei között nem vállalkozhatunk. Csupán arra van lehetőségünk, hogy a létező eredmények tengeréből kiemeljünk néhány legfontosabb és legjellemzőbb cseppet. Ezt kíséreljük meg a következőkben. A számszerű eredmények ismertetése és elemzése helyett inkább az azokat tartalmazó irodalmi és szabályozói forrásokra hivatkozunk.

Külön tárgyaljuk a méretgazdaságosságra, a választékgazdaságosságra és a költség-szubaditivitásra vonatkozó eredményeket. Ezek azonban a forrásművekben gyakran nem válnak szét, hanem kombinált formában jelentkeznek, mert a becsült ökonometriai modellek egyidejűleg hoznak létre a méretgazdaságosságra, a választékgazdaságosságra és a szubaditivitásra vonatkozó eredményeket. A költség-szubaditivitásra vonatkozó eredmények kapcsán említett számos forrás mindegyike nagy terjedelemben foglalkozik a méretgazdaságossággal is, néhányuk pedig a választékgazdaságosságra vonatkozóan is tartalmaz információt. A kölcsönösség azonban fordított irányban ritkán áll fenn. A méretgazdaságossággal foglalkozó forrásmunkáknak csak kis része nyújt a költség-szubaditivitásra vonatkozó eredményeket. Az ismétlések elkerülése érdekében a többféle bizonyítékkal szolgáló forrásokat csak egyszer említjük.

## Méretgazdaságosság

A méretgazdaságosságról rendelkezünk a legnagyobb választékú és volumenű, valamint a legjobb statisztikai és közgazdasági minőségű közvetlen és közvetett bizonyítékokkal. Nagy választékról azért beszélhetünk, mert a világ számos országában lehetett vállalatok és ágazatok sokaságára vonatkozóan olyan ökonometriai modelleket becsülni, amelyekből levezethetők a méretgazdaságosság korábban tárgyalt mutatószámai. A legtöbb modellt a távközlésben találjuk, elsősorban Kanadában és az Egyesült Államokban. Léteznek azonban távközlési modellek több európai országban, Japánban, Ausztráliában, sőt néhány más országban is. A távközlésen kívül nagyobb számban készítették a belső gazdaságosság létét vagy hiányát jelezni képes ökonometriai modelleket az energiaiparban, különösen a villamos energia és a gázipar területén, valamint a vasúti, közúti és légi közlekedésben is. Néhány országban banki modellek is léteznek, sőt olyan „termelési” folyamatokra is vonatkoznak empirikus modellek, mint például a felsőoktatás.

A jelen írás keretei nem adnak lehetőséget a nemzetközi irodalomból és szabályozói forrásokból rendelkezésre álló nagy tömegű és igen sokrétű empirikus eredmény ismertetésére. Az olvasót kénytelenek vagyunk az irodalmi és szabályozói forrásokra utalni. A következőkben csak a legnépesebb – a távközlési – ökonometriai irodalomra vonatkozóan teszünk néhány rövid megjegyzést. A távközlési modellek eredményeit összefoglaló művek már több évtizede léteznek. Az olvasó figyelmébe ajánljuk a következőket: *Fuss* [1983], *Kiss–Lefebvre* [1987], *Fuss–Waverman* [2002]. Rövid áttekintéseket, összefoglalásokat számos tanulmány közöl. Az is hasznos információ forrása, hogy a szerzők egy része a saját empirikus eredményeit összeveti másokéval, és ebből az alkalomból gyakran értékes összefoglaló dokumentációt is publikál.

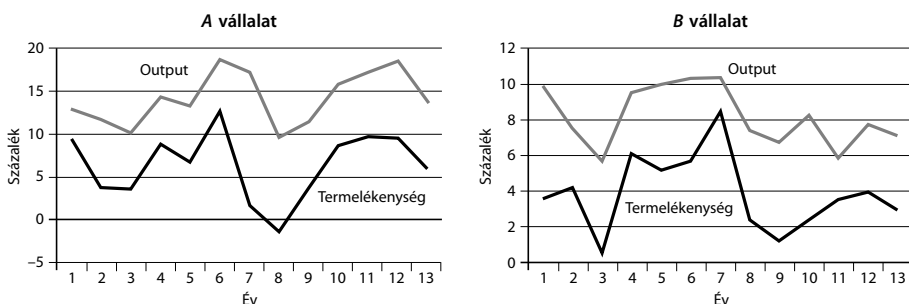
A szakirodalmi forrásoknál sokkalta több bizonyítékot tartalmaznak a különféle szabályozói folyamatok dokumentációi, amelyek azért is különösen értékesek és tanulmányosak, mert terjedelmes vitaanyagok kapcsolódnak hozzájuk. Az olvasónak így lehetősége nyílik arra, hogy a bizonyítékok mellett megismerkedjen az ellenük szóló érvekkel is. Kiemelkedők azok a rendkívül terjedelmes kanadai és amerikai anyagok, amelyek egyrészt a versenynek a távközlési piacokra való bevezetésével kapcsolatos ágazati szabályozási folyamatokhoz kapcsolódtak, másrészt pedig a különféle versenyjogi eljárások keretében keletkeztek. Ezeknél kisebb terjedelműek, de nem kevésbé hasznosak az ársapka-szabályozás nemzetközi elterjedése során keletkezett anyagok. Az ársapka-szabályozásban jelentős szerep jutott a belső gazdaságosságnak, mert az ársapka termelékenységi tényezőjének egyik fő meghatározója éppen a belső gazdaságosság mértéke. Ha ugyanis a termelési folyamatban méretgazdaságosság létezik, akkor a termelés méretének növekedése a termelékenység növekedéséhez is vezet, és a méretgazdaságosság fokának, valamint az output várható növekedésének ismeretében viszonylag megbízhatóan kalibrálható a termelékenység növekedésének reálisan várható üteme (lásd *Kiss* [1991]).

Mint ahogyan ez az ársapka kapcsán világszerte bebizonyosodott, a vállalati termelékenységi tanulmányok nem ökonometriai bizonyítékok előállítására is képesek. Nicholas Kaldor már az 1940-es években felismerte és hangsúlyozta azt, hogy aggregált méretgazdaságosság jelenlétében a termelés növelése a termelékenység emelkedését vonja maga után. E sorok írója az elmúlt három évtized során összesen egy amerikai (AT&T), négy kanadai (Bell Canada, British Columbia Telephone, Alberta Government Telephones, SaskTel) és két európai (Deutsche Bundespost és Direction Générale des Télécommunications, France)<sup>28</sup> távközlési vállalatra vonatkozóan mutatta ki, hogy az output és a termelékenység mért növekedési ütemei közötti viszony meglehetősen hasonló (magas) fokú aggregált méretgazdaságosság jelenlétére enged következtetni.

Vizsgáljuk meg az output aggregált növekedési rátája és a teljes termelékenység növekedési rátája közötti kapcsolatot! Ha a kettő között szoros korrelációt találunk, akkor a termelési folyamatban méretgazdaságosság létezik. A korreláció pusztá megállapítása nem teszi lehetővé a méretgazdaságosság fokának a becslését. Ha azonban az értéket nem is tudjuk számszerűsíteni, gyakran meghatározható az a sáv, amelyen belül a méretgazdaságosság foka elhelyezkedik. A számítás azon alapul, hogy a termelékenység hosszabb időszakra vonatkozó átlagos növekedési üteme a mérethatás és a technológiai hatás összege, vagyis  $\dot{\phi} = \dot{E} + \dot{B}$ , a mérethatás pedig  $\dot{E} = (1 - \varepsilon_{CQ})\dot{Q}$ , ahol  $\varepsilon_{CQ}$  a költség aggregáltoutput-rugalmassága,  $\dot{Q}$  pedig az aggregált output növekedési üteme. A technológiai hatás nagyságát nem ismerjük, azt azonban tudjuk, hogy – különleges eseteket kivéve, például amikor az output nem növekszik, hanem csökken, vagy a technológiai hatás költségnövelő – a termelékenység növekedési ütemének 0 és 100 százaléka között mozog. Ha 100 százalék, vagyis  $\dot{B} = \dot{\phi}$ , akkor  $\dot{E} = 0$ , azaz ha az output növekszik ( $\dot{Q} > 0$ ), akkor nincsen méretgazdaságosság. Ha viszont 0 százalék, azaz  $\dot{B} = 0$ , akkor a mérethatás felelős a termelékenység teljes növekményéért, tehát  $\dot{\phi} = \dot{E} = (1 - \varepsilon_{CQ})\dot{Q}$ , és a költség output-rugalmassága  $\varepsilon_{CQ} = 1 - \dot{\phi}/\dot{Q}$ . Minél szorosabb a termelékenység és az output növekedési ütemei közötti korreláció, annál nagyobb mértékben határozza meg az output növekedési üteme a termelékenység alakulását, és annál magasabb fokú, a felső határt annál jobban megközelítő mértékű a méretgazdaságosság. Illusztrációként a jelen kötet *A vállalati termelékenység elemzése vállalatközi összehasonlítás és dekompozíció segítségével* című tanulmányának F6. és F7. ábráját – két, A és B-nek nevezett észak-amerikai vállalat tényadatait – mutatjuk be (5. ábra).

Mindkét vállalat esetében megfigyelhető a növekedési ráták közötti korreláció, amely az A vállalat esetében különösen szoros. A számítási eredményeket a 2. táblázatban foglaljuk össze.

<sup>28</sup> Az adatminta periódusában érvényben volt elnevezéseket használjuk.



5. ÁBRA • Az output és a termelékenység alakulása két vállalatnál

2. TÁBLÁZAT • Számítási eredmények

Mutató	A vállalat	B vállalat
Átlagos $\dot{\phi}$	0,0635	0,0382
Átlagos $\dot{Q}$	0,1419	0,0821
$\dot{\phi}/\dot{Q}$	0,45	0,47
$\varepsilon_{CQ} = 1 - \dot{\phi}/\dot{Q}$	0,55	0,53
$\max \varepsilon_{QX} = 1/\varepsilon_{CQ} = (1 - \dot{\phi}/\dot{Q})^{-1}$	1,81	1,87
$\varepsilon_{QX}$ ökonometriai becslés	1,74	1,62

A 2. táblázatból látható, hogy a méretgazdaságosság foka, az aggregált skálarugalmassági mutató *A* vállalat esetében az 1,00–1,81 sávban, *B* vállalatéban pedig az 1,00–1,87 sávban helyezkedik el. Az *A* vállalatnál megfigyelt nagyon szoros korreláció azt sugallja, hogy a valóságos érték a felső határ közelében van. A *B* vállalat esetében is szoros a korreláció, de korántsem annyira, mint az *A* vállalat esetében, ami azt sugallja, hogy a valóságos érték jóval közelebb van a felső, mint az alsó határhoz, de nincs annyira közel, mint az *A* vállalat esetében. És valóban, az idézett tanulmány ökonometriai becslési eredményei szerint a skálarugalmasság *A* vállalatnál 1,74, vagyis 0,07-tel alacsonyabb a felső határnál, míg *B* vállalatnál az érték 1,62, ami 0,25-tel alacsonyabb a felső határnál.

### Választékgazdaságosság

A választékgazdaságosságra vonatkozó empirikus eredmények – a korábban részletesen tárgyalt becslési nehézségek következtében – csak kis volumenben, részletesen és erősen hézagosan állnak rendelkezésre. Az empirikus modellek jelentős

része az outputváltozók logaritmikus transzformációja következtében technikailag alkalmatlan az egyes outputok önálló költségeinek (*stand alone costs*) becslésére. Lineáris és Box–Cox-transzformáció esetén technikai szempontból ugyan lehetséges a becslés, azonban a kapott eredmények „életlenek”, ezért érvényes következtetések levonására általában alkalmatlanok. Azok a tanulmányok, amelyek a nehézségek ellenére mégis bemutatnak a választékgazdaságosságra vonatkozó számszerű eredményeket, általában figyelmeztetik az olvasót ezeknek az eredményeknek a súlyos értelmezési korlátaira.

A teljes körű választékgazdaságossággal kapcsolatban ritkán találkozunk empirikus eredményekkel. Az eddigi próbálkozások szinte kizárólag az output-specifikus választékgazdaságosságot vették célba. A távközlésben például eleinte olyan kérdésekre keresték az elemzők a választ, hogy milyen költségelőnyökkel jár a kapcsolt és a nem kapcsolt (például bérelt vonali) szolgáltatások együttes termelése, továbbá a különféle kapcsolt szolgáltatások közös hálózaton történő kínálata. Erre vonatkozóan találunk információt néhány tanulmányban, amelyek közül megemlíthető *Kiss–Karabadjian–Lefebvre* [1983], *Röller* [1990a], valamint különösen *Gabel–Kennet* [1994] és [1998].

Az utóbbi két tanulmánynak azért van kitüntetett jelentősége, mert nem ökonometriai költségfüggvényt használnak, hanem az általuk kifejlesztett, LECOM (*Local Exchange Cost Optimization Model*) elnevezésű, műszakilag részletesen megalapozott hálózatiköltség-szimulációs modellt. A *Gabel–Kennet* [1994] tanulmányban a kapcsolt és nem kapcsolt szolgáltatások között, valamint a kapcsolt szolgáltatáson belül is találtak választékgazdaságosságot. *Gabel–Kennet* [1998] modellje pedig arra az eredményre jutott, hogy a vezetékes és mobilszolgáltatások együttes kínálata költségmegtakarításokat hoz létre a vezetékes hálózatban.<sup>29</sup>

A választékgazdaságosságra nemcsak közvetlen, hanem közvetett bizonyítékok alapján is következtethetünk. Bizonyítás nélkül közöljük, hogy ha a választékgazdaságosság nulla, akkor az aggregált méretgazdaságosság foka az output-specifikus méretgazdaságossági értékek súlyozott számtani átlagával egyenlő, választékgazdaságosság esetén pedig az átlagot meghaladja, mégpedig a választékgazdaságosság mértékével egyenesen arányosan. Ez az összefüggés – amelyet *Panzar–Willig* [1978–1979] mutatott ki – azért fontos, mert közvetett bizonyítékot képes létrehozni. Ha az aggregált mutató magasabb, mint az átlag, akkor választékgazdaságosság létezik, és minél nagyobb az eltérés, annál magasabb fokú a választékgazdaságosság. Néhány korai többtermékes ökonometriai modell megkísérelte az AT&T és Bell Canada becsült aggregált méretgazdaságosságának az okok szerinti

<sup>29</sup> Az ökonometriai és a műszaki megközelítést kombinálta *Gasmi–Laffont–Sharkey* [1997], amikor a LECOM modell segítségével képzett költségadatokat alapján becsült transzlog költségfüggvényeket. Becslési eredményeik magas fokú méretgazdaságosságot mutattak. Választékgazdaságosságra vonatkozó becslési eredményeket nem közölnek.

dekompozícióját. Ezek azonban zömükben kudarcot vallottak. Az eredményeket Kiss–Lefebvre [1987] foglalta össze.

Végezetül a választékgazdaságosság helyi mutatójával, a költségkomplementaritással kapcsolatos eredményekre hívjuk fel a figyelmet. A becült költségfüggvények általában alkalmasak a költségkomplementaritás jelzésére. Mint ezt a (35) egyenletben bemutattuk, a kiterjesztési pontokban a függvény elsőfokú paraméterei segítségével egyszerű módon jutunk a költségkomplementaritás mutatójához. Ez a mutató megbízhatóan képes jelezni a határköltség-megtakarítás nagyságrendjét. A kiterjesztési pontokon kívül viszont gyakran jelentkeznek stabilitási problémák, ezért a (36) egyenletben közölt mutatót csak fenntartásokkal használjuk a költségkomplementaritás alakulására vonatkozó következtetések levonására.

### Költség-szubadditivitás

Nem létezik olyan ökonometriai bizonyíték, amely képes lenne arra, hogy bármely adott vállalatra nézve a globális természetes monopólium létét formálisan bizonyítsa. Az ökonometria eszközeivel csak a globális természetes monopólium *nemléte*t lehet bizonyítani. A helyi természetes monopólium kapcsán lehetőség nyílik a természetes monopólium létének és nemléteének a bizonyítására. A módszernek azonban a helyi költség-szubadditivásra vonatkozóan is vannak gyengeségei. Először, a költségfüggvény sikeresen becült matematikai formája igen gyakran nem teszi lehetővé, hogy statisztikai tesztek végzzünk a globális szubadditivásra. Tipikus és sokszor visszatérő gond az, hogy a változók logaritmikus transzformációja esetén a nulla értékek nem értelmezhetők, tehát nem tudjuk megbecsülni, hogy mi történik a költséggel akkor, amikor egy-egy outputot a vállalat nem termel (nulla output). Gyakran előfordul, hogy formális tesztek elvégzésére csak olyan függvények nyújtanak lehetőséget, amelyeket más tesztek alapján el kell utasítanunk. Másodszor, használható tényadatok normálisan csak viszonylag szűk határokon belül állnak rendelkezésre. Ilyen esetekben gondot okoz – mert megsemmisítheti az eredmény empirikus érvényességét –, ha például olyan output-kombinációk becült költségeire kell építenünk statisztikai tesztjeinket, amelyek távol helyezkednek el a megfigyelt output-kombinációk zónájától. Harmadszor, a megfigyelt vállalat tényleges technológiája nem feltétlenül azonos azzal a technológiával, amelyet más iparszerkezetben más vállalatok alkalmaznának. A megfigyelt monopólium technológiája esetleg olyan lehet, hogy az természetes monopóliumot alkot (függetlenül attól, hogy ezt képesek vagyunk-e megállapítani). Nem tudjuk azonban kizárni annak a lehetőségét, hogy verseny esetén a versenyző vállalatok olyan technológiákat választottak volna, amelyekkel a megfigyelt monopóliumnál olcsóbban lettek volna képesek termelni bizonyos output-kombinációkat. Ez természetesen fordítva is igaz, vagyis nem igazán zárna ki a természetes monopólium lehetőségét

az, ha egyes megfigyelt versenyző vállalatokra nézve a természetes monopólium hipotézisét elutasítanánk.

Lehet-e bizonyítani a helyi természetes monopólium létezését? A technológia kiválasztásának említett problémája a helyi természetes monopóliumra vonatkozóan ugyanolyan következményekkel járhat, mint a globálisra. A másik két probléma azonban helyi természetes monopóliumok vizsgálata esetén nem létezik. Az előzőekben a  $C(100, 120) = 1100$  esetre illusztrált teszt kibővíthető a statisztikai becslést szolgáló minta összes megfigyelt output-kombinációjának bármely részhalmozására. Ilyen tesztet alkotott *Evans–Heckman* [1983] az AT&T helyi természetes monopóliumának vizsgálatára olyan minta alapján, amelynek adatait az AT&T-nek az 1947-től 1979-ig megfigyelt output-kombinációi és a szerzők által statisztikailag becsült költségfüggvény szerint ezekhez rendelt költségei alkották. Evans és Heckman módszere azért is nagy jelentőségű, mert a keletkezése óta eltelt 25 évben világszerte számos távközlési, közlekedési és egyéb tanulmány alkalmazta a helyi költség-szubadditivitás tesztjeként. Evans és Heckman a saját költségbecsléseik alapján elutasították a helyi természetes monopólium hipotézisét. *Kiss–Lefebvre* [1987] kijavított bizonyos specifikációs hibákat Evans és Heckman modelljében. Az ezután megismételt teszt szerint a helyi természetes monopólium hipotézisét nem lehetett elutasítani. *Kiss–Lefebvre* [1987] kiterjesztette a helyi természetes monopólium vizsgálatát AT&T több más költségmodelljére és a Bell Canada különféle költségmodelljeire (adatminta: 1952–1979) is. Az eredmények túlnyomórészt helyi természetes monopóliumot mutattak azokra az output-kombinációkra, amelyeket a két vállalat a mintaperiódus során ténylegesen előállított. A bizonyíték viszonylag erősnek és meggyőzőnek tekinthető, de nem teljesen kielégítő, mert sem az AT&T, sem a Bell Canada esetében nem került sor az adatminták 1979 utáni adatokkal való kibővítésére és a tesztek megismétlésére. A frissebb tényadatok alapján nyert eredmények meglehetősen hiányosak. Említést érdemel, hogy *Fuss–Waverman* [2002] bemutatta számos olyan tanulmánynak az eredményeit, amely 1979 utáni (azonban 1993-asnál nem frissebb) adatokkal dolgozott, és amely – főként az 1996. évi amerikai távközlési törvény hatására – elsősorban vagy kizárólag azt vizsgálta, hogy létezett-e költség-szubadditivitás a helyi távközlési szolgáltatások termelésében. A modellek jelentős hányada költség-szubadditivást jelzett. Ugyanilyen eredményre jutott az újabb tanulmányok közül *Wilson–Zhou* [2001] is. Más országokban ugyancsak sor került a költség-szubadditivitás vizsgálatára a távközlésben. Példaként említhetjük *Coble-Neal* [2005] ausztráliai tanulmányát.

A távközlésen kívül is létezik jelentős mennyiségű empirikus elemzés a szállítási feladatokat végző szektorokban. Például *Gilsdorf* [1995] az amerikai villamosenergia-iparra, *Bitzan* [1998], valamint *Ivaldi–McCullough* [2004] az amerikai vasutakra, *Sanchez* [2000] a nagy európai vasutakra, és *Wills–Johnson* [2008] az ausztrál vasutakra nézve, *Brueckner–Dyer–Spiller* [1992] pedig a légi közlekedés esetében talált költség-szubadditivást. A pénzügyi szektorral foglalkozó tanulmányok terjedelmes



empirikus bizonyítékkal szolgáltak nemcsak Amerikában, hanem más országokban – például Ausztráliában – is. Érdekes módon több ismerettel rendelkezünk a kisbankokra és a bankfiókokra, mint a nagybankokra vonatkozóan. Az amerikai és kanadai kisbankokról szóló tanulmányok közül a következőket érdemes megemlíteni: *Berger–Hanweck–Humphrey* [1986], *Gilligan–Smirlock* [1984], *Gilligan–Smirlock–Marshall* [1984], *Murray–White* [1983]. *Kolari–Zardkoohi* [1994] a finnországi bankfiókok belső gazdaságosságát vizsgálja. *Clark* [1988] alapos áttekintést nyújt az 1980-as évek banki tanulmányairól. A nagybankokról *Hunter–Timme–Yang* [1990] jelentett a költség-szubaditivásra vonatkozó eredményeket.

### A BELSŐ GAZDASÁGOSSÁG JELENTŐSÉGE

Nehéz lenne túlbecsülni a belső gazdaságosság jelentőségét. A termelők szinte valamennyi döntését alapvetően befolyásolja, hiszen a technológiai és árváltozásokkal együtt a belső gazdaságosság a termelékenység növekedésének és a termelési folyamatok nyereségességének a legfontosabb meghatározója. Döntő hatása van a piacok szerkezetére és működésére, a termelők versenyképességére és piaci stratégiájára. Fontos a szerepe az ágazati szabályozásban és az általános versenyszabályozásban, de az alapvető gazdaságpolitikai döntésekben is.

Erőteljesen befolyásolja a fogyasztási folyamatokat és a termékek, szolgáltatások iránti keresletet. A fogyasztási folyamatra gyakorolt hatásaira a jövőben az externáliák tárgyalása kapcsán fogunk visszatérni.

### IRODALOM

- BAUMOL, W. J. [1977]: On the proper cost test for natural monopoly in a multiproduct industry. *American Economic Review*, Vol. 67. No. 5. 809–822. o.
- BAUMOL, W. J.–BRAUNSTEIN, Y. M. [1977]: Empirical study of scale economies and production complementarity: The case of journal publication. *Journal of Political Economy*, Vol. 85. No. 5. 1037–1048. o.
- BERGER, A.–HANWECK, G.–HUMPHREY, D. [1986]: Competitive Viability in Banking: Scale, Scope and Product Mix Economies. Board of Governors of the Federal Reserve System, Working Paper Series.
- BITZAN, J. D. [1977]: Railroad cost considerations and the benefits/costs of mergers. MPC Report No. 97-80. Upper Great Plains Transportation Institute, North Dakota State University, Fargo, ND.
- BLOCH, H.–MADDEN, G. G.–SAVAGE, S. J. [2001]: Economies of scale and scope in Australian telecommunications. *Review of Industrial Organization*, Vol. 18. 219–227. o.

- BOX, G. E. P.–COX, D. R. [1962]: An Analysis of Transformations (with discussions). Journal of the Royal Statistical Society, Series b. 211–243. o.
- BRUECKNER, J. K.–DYER, N. J.–SPILLER, P. T. [1992]: Fare Determination in Airlines Hub-and-Spoke Networks. Rand Journal of Economics, Vol. 23. No. 3. 309–333. o.
- CHARNES, A.–COOPER, W. W.–SUEYOSHI, T. [1988]: A Goal Programming/Constrained Regression Review of the Bell System Breakup. Management Science, 34. No. 1. 1–26. o.
- CHRISTENSEN, L. R.–GREENE, W. H. [1976]: Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation. Journal of Political Economy, Vol. 84. No. 4. 655–676. o.
- CLARK, J. A. [1988]: Economies of Scale and Scope at Depository Financial Institutions: A Review of the Literature. Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review, 16–33. o.
- COBLE-NEAL, G. [2005]: Testing for Subadditivity in the Australian Telecommunications Industry, 1954–1990. PhD Thesis, Curtin University of Technology.
- COOPER, R. J.–DIEWERT, W. E.–WALES, T. J. [2003]: On the subadditivity of cost functions. Edward Elgar Publishing, London.
- DENNY, M.–FUSS, M.–WAVERMAN, L. [1981]: The Measurement and Interpretation of Total Factor Productivity in Regulated Industries, with an Application to Canadian Telecommunications. Megjelent: *Cowing, T.–Stevenson, R.* (szerk.): Productivity measurement in regulated industries. Academic Press, New York.
- DIEWERT, W. E.–WALES, T. J. [1991a]: Multiproduct cost functions and subadditivity test: A critique of the Evans and Heckman research on the U.S. Bell Systems. Discussion Paper No. 91-21, Department of Economics, University of British Columbia, Vancouver.
- DIEWERT, W. E.–WALES, T. J. [1991b]: On the subadditivity of telecommunications cost functions: Some empirical results for the US and Japan. Department of Economics, University of British Columbia, Vancouver.
- EVANS, D. S.–HECKMAN, J. J. [1983]: Multiproduct Cost Function Estimates and Natural Monopoly Tests for the Bell System. Megjelent: *Evans, D. S.* (szerk.): Breaking Up Bell: Essays on Industrial Organization and Regulation. A CERA Research Study. North-Holland, New York–Amszterdam–Oxford, 253–282. o.
- FUSS, M. A. [1983]: A Survey of Recent results in the Analysis of Production Conditions in Telecommunications. Megjelent: *Courville, L.–de Fontenay, A.–Dobell, R.* (szerk.): Economic Analysis of Telecommunications. North-Holland, Amszterdam–New York–Oxford. 3–26. o.
- FUSS, M. A. [1992]: Econometric Evidence on Scale, Scope and the Presence of Natural Monopoly: What Can It Tell Us about the Desirability Of Competition in Public Long-Distance Telephone Service? University of Toronto Working Paper, No. 9210.
- FUSS, M. A.–WAVERMAN, L. [2002]: Econometric cost functions. Megjelent: *Cave, M. E.–Majumdar, S. K.–Vogelsang, I.* (szerk.): Handbook of telecommunications economics. Vol. 1. Elsevier, Amszterdam, 144–179. o.
- GABEL, D.–KENNET, D. M. [1994]: Economies of Scope in the Local Telephone Exchange Market. Journal of Regulatory Economics, Vol. 6. 381–398. o.
- GABEL, D.–KENNET, D. M. [1998]: The Effect of Cellular Service on the Cost Structure of a Land-Based Telephone Network. Telecommunications Policy, Vol. 21. No. 5. 411–422. o.
- GASMI, F.–LAFFONT, J. J.–SHARKEY, W. W. [1997]: Incentive regulation and the cost structure of the local telephone exchange network. Journal of Regulatory Economics, 12. 5–25. o.

- GILLIGAN, T.–SMIRLOCK, M. [1984]: An Empirical Study of Joint Production and Scale Economies in Commercial Banking. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 8. 67–77. o.
- GILLIGAN, T.–SMIRLOCK, M.–MARSHALL, W. [1984]: Scale and Scope Economies in the Multi-Product Banking Firm. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 13. 393–405. o.
- GILSDORF, K. [1995]: Testing for Subadditivity of Vertically Integrated Electric Utilities. *Southern Economic Journal*, július. [http://findarticles.com/p/articles/mi\\_qa5421/is\\_n1\\_v62/ai\\_n28657217/](http://findarticles.com/p/articles/mi_qa5421/is_n1_v62/ai_n28657217/)
- HANOCH, G. [1975]: The Elasticity of Scale and the Shape of the Average Costs. *American Economic Review*, Vol. 65. No. 3. 492–496. o.
- HUNTER, W. C.–TIMME, S. G.–YANG, W. K. [1990]: An examination of cost subadditivity and multiproduct production in large U.S. banks. *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 22. No. 4. 504–525. o.
- IVALDI, M.–McCULLOUGH, G. J. [2004]: Subadditivity Tests for Network Separation with an Application to U.S. Railroads. <http://ssrn.com/abstract=528542>
- KISS, F. [1991]: Constant and variable productivity adjustments for price cap regulation. Megjelent: *Einhorn, M.* (szerk.): *Price Caps and Incentive Regulation in Telecommunications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 95–126. o.
- KISS FERENC LÁSZLÓ [2008]: Bevezetés a szabályozás gazdaságtanába. Megjelent: *Valentiny Pál–Kiss Ferenc László* (szerk.): *Verseny és szabályozás, 2007*. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest, 11–95. o.
- KISS, F.–KARABADJIAN, S.–LEFEBVRE, B. J. [1983]: Economies of scale and scope in Bell Canada. Megjelent: *Courville, L.–de Fontenay, A.–Dobell, R.* (szerk.): *Economic Analysis of Telecommunications*. North-Holland, Amsterdam–New York–Oxford. 55–82. o.
- KISS F.–LEFEBVRE, B. J. [1987]: Econometric Models of Telecommunications Firms: A Survey. *Revue Economique*, Párizs, Vol. 38. No. 2. 307–374. o.
- KOLARI, J.–YARDKOOHI, A. [1994]: Branch Office Economies of Scale and Scope: Evidence from Savings Banks in Finland. *Journal of Banking & Finance*, Vol. 18. No. 3. 421–432. o.
- MINNITI, A. [2006]: Multi-Product Firms, R&D, and Growth. *The Berkeley Electronic Journal of Macroeconomics*, Vol. 6. No. 3. 1–47. o.
- MURRAY, J. D.–WHITE, R. W. [1983]: Economies of Scale and Economies of Scope in Multi-product Financial Institutions: A Study of British Columbia Credit Unions. *Journal of Finance*, Vol. 38. 887–901. o.
- PANZAR, J. C.–WILLIG, R. D. [1978–1979]: Economies of Scope, Product Specific Economies of Scale, and the Multi-Product Competitive Firm. Bell Laboratories Research Paper. Kézirat.
- PANZAR, J. C.–WILLIG, R. D. [1981]: Economies of Scope. *American Economic Review*, Vol. 71. No. 2. 268–272. o.
- RÖLLER, L.-H. [1990a]: Proper Quadratic Cost Functions with an Application to the Bell System. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 72. 202–210. o.
- RÖLLER, L.-H. [1990b]: Modeling Cost Structure: The Bell System Revisited. *Applied Economics*, Vol. 22. 1661–1674. o.
- SANCHEZ, P. C. [2000]: A subadditivity Test for the Cost Function of the Principal European Railways. *Transport Reviews*, Vol. 20. No. 3. 275–290. o.
- SHARKEY, W. W. [1982]: *The Theory of Natural Monopoly*. Cambridge University Press, Cambridge, MA.

- 
- SHEPHARD, R. W. [1970]: *Cost and Production Functions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- WILLS-JOHNSON, N. [2000]: Separability and Subadditivity in Australian Railways. *Economic Record*, Vol. 84. No. 264. 95–108. o.
- WILSON, W. W.–ZHOU, Y. [1991]: Telecommunications Deregulation and Subadditive Costs: are Local Telephone Monopolies Unnatural? *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 19. No. 6. 909–930. o.
- ZELLNER, A. [1962]: An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 57. 348–368. o.